

指数与对数章末检测试卷

一、单项选择题(本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

1. 已知 $x^7=5$, 则 x 的值为()

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt[7]{5}$ C. $-\sqrt[7]{5}$ D. $\pm\sqrt[7]{5}$

2. 化简 $\left(\frac{27}{125}\right)^{-\frac{1}{3}}$ 的结果是()

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{5}{3}$ C. 3 D. 5

3. 计算: $3^\pi \times \left(\frac{1}{3}\right)^\pi + \left(2^{2\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}} + 1^{\sqrt{5}}$ 的值为()

- A. 17 B. 18 C. 6 D. 5

4. 已知 $2^m=5^n=10$, 则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 等于()

- A. 1 B. 2 C. 5 D. 10

5. 若 $\lg x = \lg a + 2\lg b - 3\lg c$, 则 x 等于()

- A. $a+2b-3c$ B. $a+b^2-c^3$
 C. $\frac{ab^2}{c^3}$ D. $\frac{2ab}{3c}$

6. 已知 $x = \log_6 12 - \log_6 3$, 则 6^x 的值为()

- A. 4 B. 9 C. 2 D. 6

7. 已知 $\log_3 x = m$, $\log_3 y = n$, 则 $\log_3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y} \cdot \sqrt[3]{y}}$ 用 m, n 可表示为()

- A. $\frac{1}{2}m - \frac{4}{3}n$ B. $\frac{2}{3}m - \frac{1}{3}n$
 C. $\sqrt{m} - \sqrt[3]{n^2}$ D. $\frac{1}{2}m - \frac{2}{3}n$

8. 计算 $(\log_3 2 + \log_2 3)^2 - \frac{\log_3 2}{\log_2 3} - \frac{\log_2 3}{\log_3 2}$ 的值是()

- A. $\log_2 6$ B. $\log_3 6$

C. 2

D. 1

二、多项选择题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 3 分, 有选错的得 0 分)

9. 如果 a, b 是实数, 则下列等式一定成立的是()

A. $\sqrt[3]{a^3} + \sqrt{b^2} = a + b$

B. $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$

C. $\sqrt[4]{(a^2 + b^2)^4} = a^2 + b^2$

D. $\sqrt{a^2 + 2ab + b^2} = a + b$

10. 下列运算不正确的是()

A. $(-a^3)^4 = (-a^4)^3$

B. $(-a^3)^4 = -a^{3+4}$

C. $(-a^3)^4 = a^{3+4}$

D. $(-a^3)^4 = a^{12}$

11. 设 a, b, c 均为不等于 1 的正实数, 则下列等式中恒成立的是()

A. $\log_a b \cdot \log_c b = \log_c a$

B. $\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b$

C. $\log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c$

D. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$

12. 定义两个实数间的一种新运算“*”: $x*y = \lg(10^x + 10^y)$, $x, y \in \mathbf{R}$. 对于任意实数 a, b, c , 给出如下结论, 正确的是()

A. $a*b = b*a$

B. $(a*b)*c = a*(b*c)$

C. $(a*b) + c = a*c + b*c$

D. $(a*b) + c = (a+c)*(b+c)$

三、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 若 $\sqrt[3]{x^2 + 2x + 1} + \sqrt[4]{x - y} = 0$, 则 $y =$ _____, $x^{2019} + y^{2020} =$ _____.(本题第一空 2 分, 第二空 3 分)

14. 方程 $5^{\log_5(x-1)} = 25$ 的解是_____.

15. 计算: $\sqrt[3]{a^{\frac{9}{2}} \sqrt{a^{-3}}} \div \sqrt{\sqrt[3]{a^{-7}} \sqrt[3]{a^{13}}} =$ _____ ($a > 0$).

16. 已知 $\log_{14} 7 = a, 14^b = 5$, 用 a, b 表示 $\log_{35} 70$ 为_____.

四、解答题(本大题共 6 小题, 共 70 分)

17. (10 分)计算下列各式的值:

$$(1) \sqrt[n]{(1-\pi)^n} (n>1, n \in \mathbf{N}^*); \quad (2) \sqrt[2n]{(x-y)^{2n}} (n>1, n \in \mathbf{N}^*).$$

18. (12 分)求下列各式中 x 的值:

$$(1) x = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} 4; \quad (2) x = \log_9 \sqrt{3}.$$

19. (12 分)计算:

$$(1) \sqrt[3]{(-4)^3} - \left(\frac{1}{2}\right)^0 + 0.25^{\frac{1}{2}} \times \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}\right]^{-4};$$

$$(2) 2^{\frac{1}{2}} + \frac{(-4)^0}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \sqrt{(1-\sqrt{5})^0}.$$

20. (12 分)计算:

$$(1) \log_{2.5} 6.25 + \lg \frac{1}{100} + \ln(e\sqrt{e}) + \log_2(\log_2 16);$$

$$(2) (\log_6 2)^2 + (\log_6 3)^2 + 3 \log_6 2 \times (\log_6 \sqrt[3]{18} - \frac{1}{3} \log_6 2).$$

21. (12分)已知 $\lg x + \lg y = 2\lg(x-2y)$, 求 $\log_{\sqrt{2}} \frac{x}{y}$ 的值.

22. (12分)设 $a > 0$, $a \neq 1$, x, y 满足 $\log_a x + 3\log_x a - \log_x y = 3$, 用 $\log_a x$ 表示 $\log_a y$, 并求当 x 取何值时, $\log_a y$ 取得最小值.