

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第一学期午间练 34

学校：_____ 姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____

一、单选题（本大题共 2 小题，共 10.0 分）

1. 终边在直线 $y = \sqrt{3}x$ 上的角的集合为()

- A. $\{\alpha | \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in Z\}$ B. $\{\alpha | \alpha = k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in Z\}$
C. $\{\alpha | \alpha = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in Z\}$ D. $\{\alpha | \alpha = k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in Z\}$

2. 已知扇形面积为 $\frac{3\pi}{8}$ ，半径是 1，则扇形的圆心角是()

- A. $\frac{3\pi}{16}$ B. $\frac{3\pi}{8}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{3\pi}{2}$

二、多选题（本大题共 1 小题，共 5.0 分）

3. 下列说法正确的是()

- A. 已知方程 $e^x = 8 - x$ 的解在 $(k, k + 1) (k \in Z)$ 内，则 $k = 1$
B. 函数 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 的零点是 $(-1, 0), (3, 0)$
C. 函数 $y = 3^x, y = \log_3 x$ 的图象关于 $y = x$ 对称
D. 用二分法求方程 $3^x + 3x - 8 = 0$ 在 $x \in (1, 2)$ 内的近似解的过程中得到 $f(1) < 0, f(1.5) > 0, f(1.25) < 0$ ，则方程的根落在区间 $(1.25, 1.5)$ 上

三、填空题（本大题共 2 小题，共 10.0 分）

4. 命题：“ $\forall x < 0, x^2 - 2x + 3 \leq 0$ ” 的否定是_____.

5. 设关于 x 的不等式 $x^2 - (b + 2)x + c < 0$ 的解集为 $\{x | 2 < x < 3\}$. 设不等式 $bx^2 - (c + 1)x - c > 0$ 的解集为 A ，集合 $B = [-2, 2)$ ，则 $A \cap B =$ _____.

四、解答题（本大题共 1 小题，共 12.0 分）

6. 已知函数 $f(x) = \frac{x-1}{x+2}, x \in [3, 5]$.

(1) 判断函数 $f(x)$ 的单调性，并证明；

(2) 求函数 $f(x)$ 的值域.

34 答案和解析

1. 【答案】B 解：由直线 $y = \sqrt{3}x$ 的斜率为 $\sqrt{3}$ ，则倾斜角为 60° ， \therefore 终边落在射线 $y = \sqrt{3}x(x \geq 0)$ 上的角的集合是 $S_1 = \{\alpha | \alpha = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ ，终边落在射线 $y = \sqrt{3}x(x \leq 0)$ 上的角的集合是 $S_2 = \{\alpha | \alpha = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ ， \therefore 终边落在直线 $y = \sqrt{3}x$ 上的角的集合是： $S = \{\alpha | \alpha = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\alpha | \alpha = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\} = \{\alpha | \alpha = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\alpha | \alpha = \frac{\pi}{3} + (2k+1) \cdot \pi, k \in \mathbb{Z}\} = \{\alpha | \alpha = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. 故选 B.

2. 【答案】C 解：因为扇形面积为 $\frac{3\pi}{8}$ ，半径是1，则扇形的弧长为 $\frac{3\pi}{4}$ ，所以扇形的圆心角为 $\frac{3\pi}{4}$. 故选 C.

3. 【答案】ACD 解：对于A，令 $f(x) = e^x + x - 8$ ，则方程 $e^x = 8 - x$ 的解是函数 $f(x)$ 的零点，因为 $f(x) = e^x + x - 8$ 是 \mathbb{R} 上的增函数，且 $f(1) = e + 1 - 8 = e - 7 < 0$ ， $f(2) = e^2 + 2 - 8 = e^2 - 6 > 0$ ，由函数的零点的存在性定理得函数的零点在区间(1,2)上，所以 $k = 1$ ，故A正确；对于B，令 $f(x) = x^2 - 2x - 3 = 0$ ，解得 $x = -1$ 或 $x = 3$ ，所以函数 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 的零点是-1和3，故B错误；对于C，函数 $y = 3^x$ ， $y = \log_3 x$ 互为反函数，又反函数图象关于 $y = x$ 对称，故C正确；因为 $f(1) < 0$ ， $f(1.5) > 0$ ， $f(1.25) < 0$ ，由零点存在性定理，可得方程的根落在区间(1.25,1.5)上，故D正确.

4. 【答案】 $\exists x_0 < 0, x_0^2 - 2x_0 + 3 > 0$

5. 【答案】 $[-2, -\frac{2}{3})$ 解：关于 x 的不等式 $x^2 - (b+2)x + c < 0$ 的解集为 $\{x | 2 < x < 3\}$ ， $\therefore \begin{cases} 2+3 = b+2 \\ 2 \times 3 = c \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} b = 3 \\ c = 6 \end{cases}$ ；不等式 $bx^2 - (c+1)x - c > 0$ 即 $3x^2 - 7x - 6 > 0$ ，解得 $x > 3$ 或 $x < -\frac{2}{3}$ ，所以 $A = \{x | x > 3 \text{ 或 } x < -\frac{2}{3}\}$ ，又集合 $B = [-2, 2)$ ，所以 $A \cap B = [-2, -\frac{2}{3})$

6. 【答案】解：(1)函数 $f(x) = \frac{x-1}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}$ ， $x \in [3, 5]$ ，函数 $f(x)$ 是定义域 $[3, 5]$ 上的单调递增函数，证明如下：任取 $x_1, x_2 \in [3, 5]$ ，且 $x_1 < x_2$ ，则 $f(x_1) - f(x_2) = (1 - \frac{3}{x_1+2})(1 - \frac{3}{x_2+2}) = \frac{3(x_1-x_2)}{(x_1+2)(x_2+2)}$ ，因为 $3 \leq x_1 < x_2 \leq 5$ ，所以 $x_1 - x_2 < 0$ ， $x_1 + 2 > 0$ ， $x_2 + 2 > 0$ ，所以 $f(x_1) - f(x_2) < 0$ ，即 $f(x_1) < f(x_2)$ ，所以 $f(x)$ 是定义域 $[3, 5]$ 上的单调递增函数；(2)因为函数 $f(x)$ 是定义域 $[3, 5]$ 上的单调递增函数，且 $f(3) = \frac{3-1}{3+2} = \frac{2}{5}$ ， $f(5) = \frac{5-1}{5+2} = \frac{4}{7}$ ；所以 $f(x)$ 的值域是 $[\frac{2}{5}, \frac{4}{7}]$.