

聚焦核心素养培养,优化教学过程设计

——以“对数函数及其性质”为例

● 华中师范大学龙岗附属中学 孙文彩

发展学生的核心素养是数学课程的核心,提升学生的核心素养是每一位教师、每一节课堂教学持续不断的追求. 本文试图就课堂教学,基于核心素养与教育价值导向,基于教学结构设计,并以“对数函数及其性质”的教学设计为例,谈谈对核心素养的培养与优化教学过程的一些思考,旨在抛砖引玉.

一、核心素养的培养与落实是整个课堂教学的核心

2018年1月,《普通高中数学课程标准(2017年版)》明确提出了数学学科的六个核心素养:数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算、数据分析. 因此站在“数学育人”的高度,就要立足课程标准,深刻理解分析教材蕴含的核心素养,精心规划整个教学活动的过程,构建富有创造意义的教学结构设计. 图1是“对数函数及其性质”内容所蕴含的学科核心素养的分析.

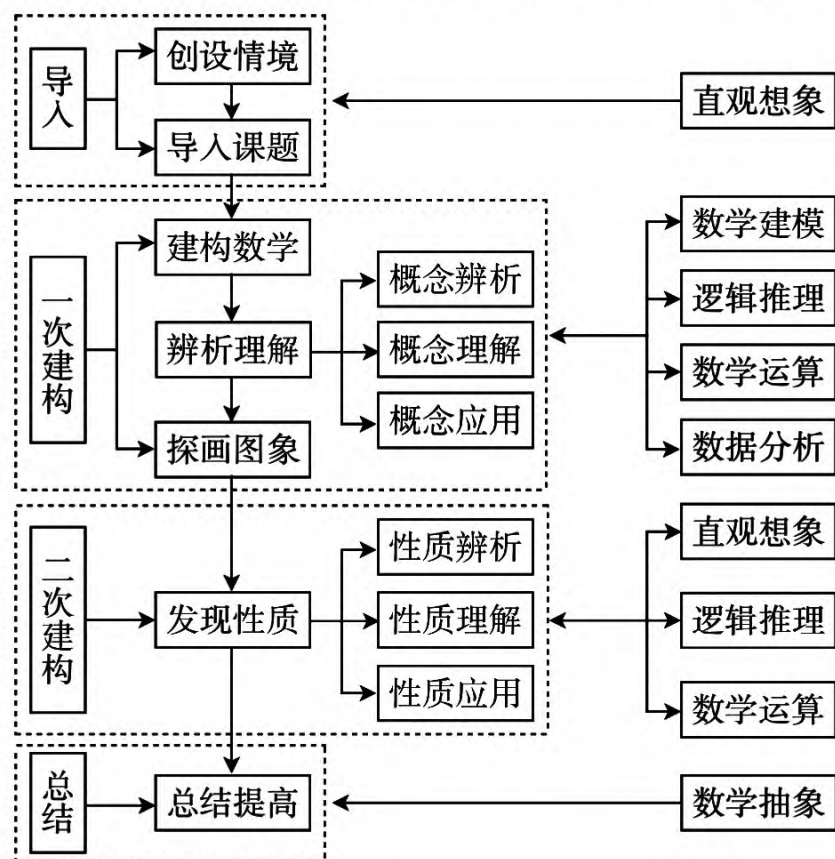


图1

从教学整体上来看,核心素养是一个涉及面广、内涵丰富、有机综合、持续不断的整体概念,决非一日之功、

一节之效. 但从教学局部上来看,核心素养又是一个可以实施操作落实到每一节教学过程中的局部概念.

析出教学内容(载体)的核心素养,让课程目标明确,教学主题鲜明突出. 只有这样才能较好地落实数学课程的总目标.

二、教育价值与功能的挖掘是落实课程教育目标的关键

落实立德树人的过程,就要深入挖掘学科育人功能. 教材是体现教学内容的载体,既是进行教学的重要依据,也是实现课程目标的重要资源,充分挖掘教学内容的教育价值及其所蕴含的教育思想与方法,从宏观上理解和驾驭教材,在微观上设计与落实教育目标,实现多元化的培养目标,从而促进学生的全面发展,尽可能地使课堂教学教育价值最大化、最优化.

图2是以“对数函数及其性质”为例进行的教育价值与功能图表分析.

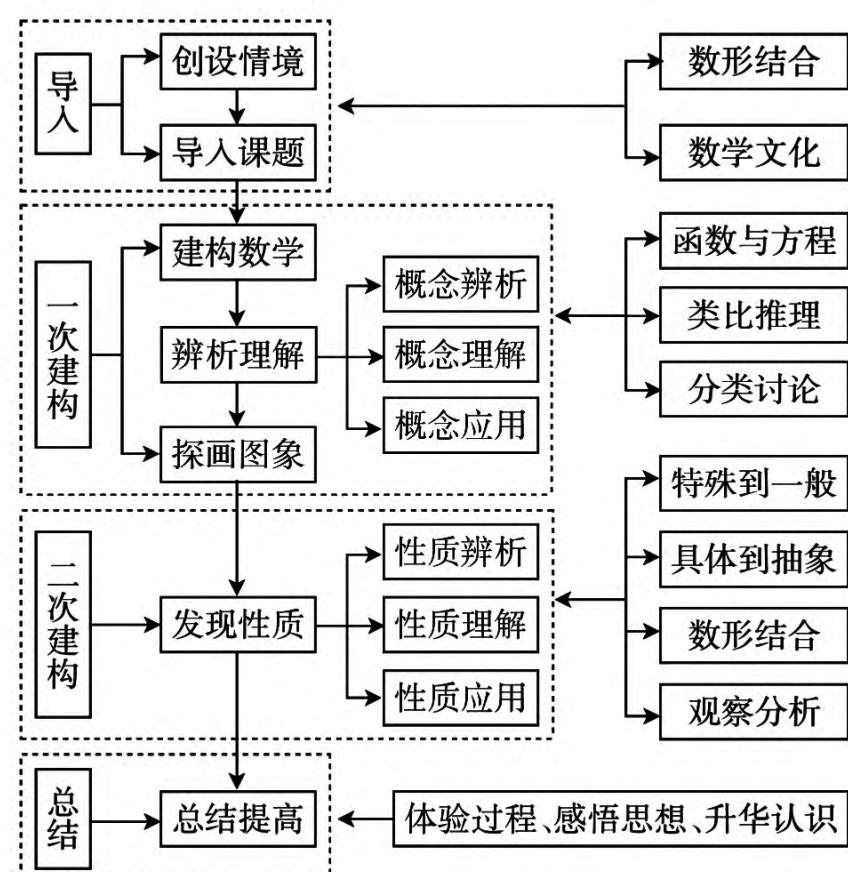


图2

分析表明,本节课表现突出的教育价值与功能是数形结合思想、函数与方程思想、分类讨论思想的应用,其次就是类比思维、特殊到一般数学逻辑方法的应用。

教材是死的,而教师是活的. 教学设计的目的是要利用数学知识的载体,认真分析载体的教育价值与功能,根据学情,在学生已经学得的知识与经验中,找到便于学习新知识的数学思想与方法,设法帮助学生把新知识内化为自己的体验与感悟,这就是教学设计。

三、教学结构设计的雕琢是实现教学过程最优化的重要手段

结构设计是一种用图形表示其课堂教学的发展顺序及其所完成的教学环节的图形. 这种流程图能将整节课的结构流程简化呈现,环节清晰,重难点结构呈现分明,核心素养与教育价值的体现也一目了然,非常便于教研分析,设计比较,更方便于课堂优化与学案设计。

目前大多数对“教学设计”的研究局限于“操作教案”的研究. 2014 年有文章曾提出过流程图教学设计思想,但国内外基于“教学结构设计”的研究案例并不多. 如果教学结构设计的出发点、侧重点、教学目标与视角不一样,其教学结构流程设计就会呈现多样化的现象,教学内容操作设计也会出现变化多样的模式. 著名教育家叶圣陶说过“教学有法,但无定法,贵在得法”,我们想其深层的内涵正意有所指. 教学结构流程设计才是执行教案设计的前提与关键. 图 1、图 2 均是结构设计分析工作的一部分,图 3 是以“对数函数及其性质”为例的一种教学结构时间与环节的设计图。

图 3 是经过教学实践检验了的一个《对数函数及其性质》教学结构设计图,该设计图的课前与课后的研讨与细化极为方便,整个结构图分为导入、一次建构、二次建构、总结四个部分. 结构设计充分体现了系统科学与工艺流程设计的思想,充分渗透了学科核心素养与教育功能分析的一些结论. 如第四个教学环节“探画图象”,对第二次建构起着承上启下的“联结”作用,由“数”的角度转向“形”的角度认识对数函数,数形结合思想体现得淋漓尽致;如第五个教学环节“发现性质”,这是一个开放的教学环节,让学生观察、分析、类比、发现,培养了学生的直观思维与观察分析问题的能力,给教师与学生都提供了强大的舞台展现空

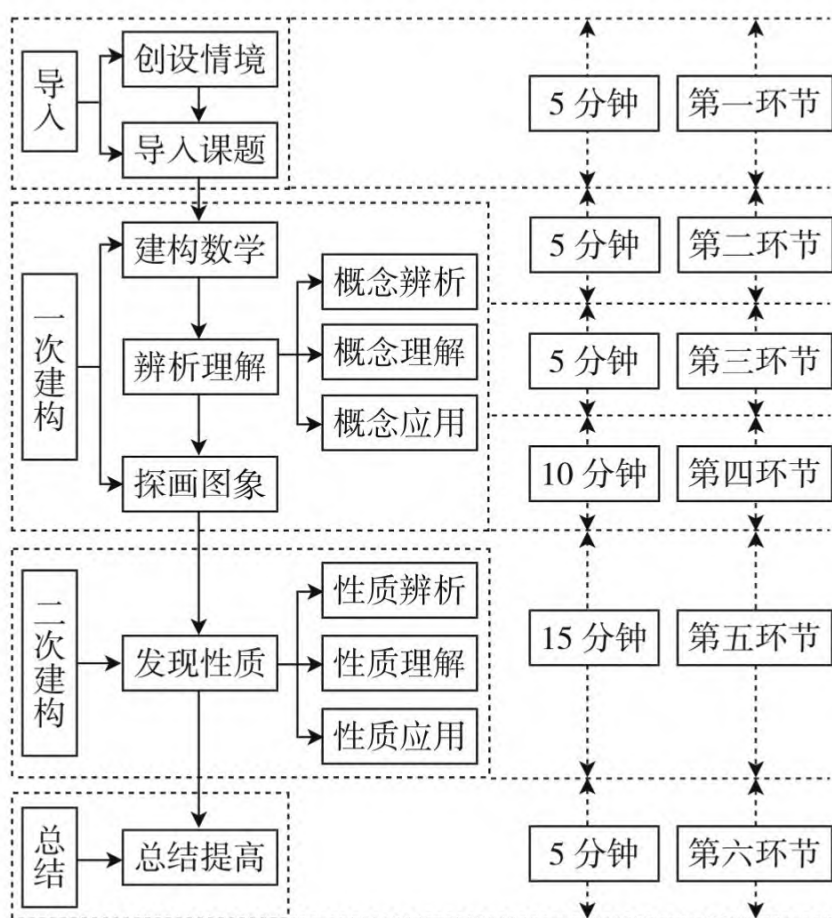


图 3

间,教师需要不断诱导、启发,不断捕捉从学生那里涌现出来的各种信息,激发兴趣,以达到教学的“蝴蝶效应”。

用“整体、结构、设计”的思想去分析“教学过程”的方法,是一种值得推介的教学设计方法;在此基础上用什么内容去导入,用何种手段让学生探画图象,用什么题目去理解应用,则是教学操作设计的内容了,一步一步将环节具体化就形成了教案设计,即教学操作教案的内容。

四、教学素材的科学遴选是提高教学质量的重要保证

1. 温故知新(第一个环节)

指数函数的定义:一般地,函数 $y = a^x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 叫指数函数,其中指数 x 是自变量,定义域是 $\mathbf{R}$.

其图象与性质如下表(用 PPT 呈现).

		$a > 1$	$0 < a < 1$
图象			

性质	定义域	$\mathbf{R}$	
	值域	$(0, +\infty)$	
	过定点	过定点 $(0,1)$,即 $x = 0$ 时, $y = 1$	
	单调性	在 $\mathbf{R}$ 上是增函数	在 $\mathbf{R}$ 上是减函数
	奇偶性	非奇非偶函数	
	对称性	函数图象没有对称性	
	周期性	函数值没有重复性	
	有界性	函数值均在 x 轴上方	
	渐近性	函数值无限逼近 x 轴($x \rightarrow \pm \infty$)	

2. 创设问题情境引入对数函数概念(第一个环节)

我们知道碳 14 按确定的规律衰减,其半衰期为 5730 年,所以生物体死亡 x 年后其体内每克组织的碳 14 含量 y 可表示为

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{5730}} \quad (x \geq 0).$$

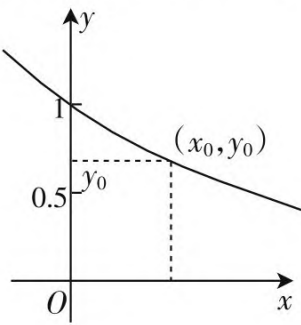


图 4

我们在考古时,如果知道古生物体内碳 14 的含量 y ,一般根据此公式就可推测古生物死亡的时间 x 的关系式为 $x = \log_{\sqrt[5730]{\frac{1}{2}}} y \quad (y > 0)$.

问题 1:此等式中 x 是 y 的函数? 为什么?

设计思想:情境是产生数学概念的前提,通过背景材料(考古)创设问题情境,呈现给学生刺激性的数学信息,引起学生学习数学的兴趣,引发学生思考,感受数学.

3. 对数函数概念的建构(第二个环节)

对数函数:一般地,函数 $y = \log_a x \quad (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$ 叫对数函数,其中 x 是自变量,定义域是 $(0, +\infty)$.

问题 2:对数函数 $y = \log_a x \quad (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$ 与指数函数 $y = a^x \quad (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$ 有哪些关系?

设计思想:引导学生用方程的思想去观察、分析,得出指对数函数之间的内在关系,这是本节课的重点之一.

4. 概念辨析、理解与应用(第三个环节)

练习 1:求下列函数的定义域.

- ① $y = \log_a(4-x) \quad (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$;
- ② $y = \lg(x^2 - 3x + 2)$;
- ③ $3y = \lg(x-1) + \lg(x-2)$.

练习 2:若对数函数 $y = \log_a x \quad (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$ 经过点 $(16,2)$,求此对数函数的解析式.

练习 3:下列函数与 $y=x$ 有相同图象的一个函数是().

A. $y = \sqrt{x^2}$ B. $y = \frac{x^2}{x}$

C. $y = a^{\log_a x} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ D. $y = \log_a a^x$

设计思想:用自己已有知识过滤和解释新知识、新信息,直至同化它,并形成自己的认知结构.

5. 探画函数的图象(第四个环节)

请在同一坐标系中画出下列两个对数函数的图象(列表描点法).

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
$y = \log_2 x$					
$y = \log_{\frac{1}{2}} x$					

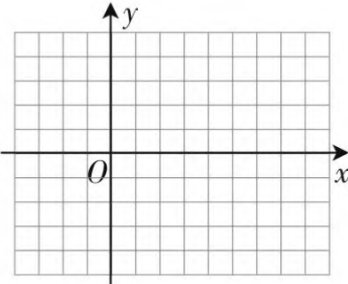


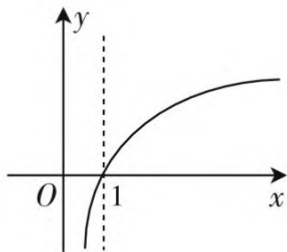
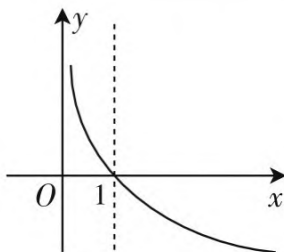
图 5

问题 3:观察所画出的函数图象,类比指数函数,你发现对数函数具有哪些性质?

设计思想:从数与形两个角度来认识“对数函数”.

6. 观察分析,发现性质(第五个环节)

通过图象,观察出对数函数 $y = \log_a x \quad (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$ 的一些基本性质(启发、诱导学生自我观察、自我发现性质).

图 象	$a > 1$		$0 < a < 1$	
				
性 质	定义域	$(0, +\infty)$		
	值域	R		
	定点	过定点 $(1,0)$, 即 $x = 1$ 时, $y = 0$		
	单调性	在 $(0, +\infty)$ 上 是增函数	在 $(0, +\infty)$ 上 是减函数	
	函数值的变化	当 $0 < x < 1$ 时, $y < 0$; 当 $x > 1$ 时, $y > 0$	当 $0 < x < 1$ 时, $y > 0$; 当 $x > 1$ 时, $y < 0$	
	奇偶性	非奇非偶函数		
	对称性	函数图象无对称性		
	重复性	函数值无重复性		
	有界性	函数的图象均在 y 轴的右侧		
	渐近性	当 $x \rightarrow 0$ 时, 函数值无限逼近 y 轴		

设计思想:通过老师的启发、诱导,师生的交流,使学生完善对数函数性质的基本认识.



7. 性质的辨析、理解与应用(第五个环节)

练习1:求下列函数的定义域.

① $y = \sqrt{2 - \ln(3 - x)}$;

② $y = \frac{1}{\sqrt{\log_2 x - 1}}$.

练习2:比较下列几组函数值的大小.

① $\log_2 4.5, \log_2 8.6$;

② $\log_a 5.1, \log_a 5.4$.

练习3:已知 $a = 2^{1.2}, b = \left(\frac{1}{2}\right)^{-0.8}, c = 2\log_5 2$, 则 a, b, c 的大小关系为().

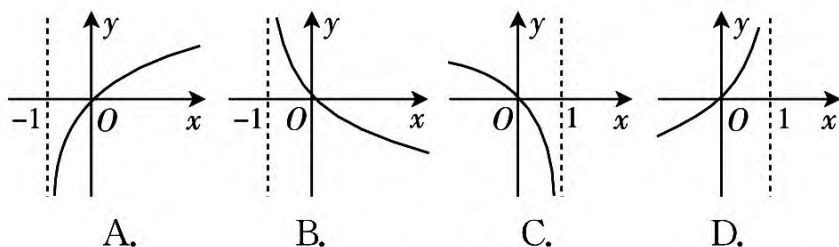
A. $c < b < a$

B. $c < a < b$

C. $b < a < c$

D. $b < c < a$

练习4:函数 $y = \ln(1 - x)$ 的图象大致为().



设计思想:学数学的过程是学生头脑中主体构建认识的过程,是用自身的创造活动去感受数学,是领悟出来的,不是教出来的.

8. 课堂小结(第六个环节)

(1) 对数函数的图象与基本性质.

(2) 感悟数学思想,彰显学科价值:函数与方程思想、数形结合思想、分类讨论思想.

(3) 体验多种数学方法的应用:类比思维、特殊到一般、具体到抽象.

(4) 以形助数,以数辅形,从数与形两个角度加强对对数函数的认识.

设计思想:反思自己的思维学习过程,形成辩证思维方法并形成数学思想方法,这才是教学的核心.

五、设计的思考与反思

现代教学设计反映着教师的各种先进的教育理念和教学策略,映射着教师的各种教学思路和轨迹.由于课堂的发展性、生态性、生成性、差异性、开放性、反思性等形成了现代教学结构设计的本质特征,进行“结构设计”的工作既具有现实意义又具有实践意义,是课堂教学的基础与前提,它决定了操作教案的基本走向.

参考文献:

[1] 章建跃,李增沪.《普通高中教科书 数学 必修第一册》[M].北京:人民教育出版社,2019.

(上接第6页) 发现其中蕴含的共性和本质,从而归纳总结出一般结论.在猜想、论证、归纳的过程中让学生体会特殊到一般的数学思维途径.同时将抛物线中直线过定点的模型类比推广到椭圆、双曲线,提升知识的迁移能力,促进了思维品质和逻辑推理素养的提升.

2. 数学运算

如果说推理是数学的命根子,那么运算就是数学的童子功,它是解决数学问题的基本手段.解析几何的基本思想是用代数的方法研究几何问题,所以对数学运算能力要求很高.本节课通过不断地数学运算论证我们的推理,而且在教师的引导和学生对比中寻找更简洁的运算方法,使学生掌握一些计算技巧,有效地提升了学生数学运算的正确性和简洁性.

3. 数学抽象

本节课学生从具体的情境中抽象出抛物线中过定点的一般规律和模型,积累从具体到抽象的经验.从形的角度概括过定点的模型,从数的角度就是斜率

之积和斜率之和为定值的计算问题.在抽象概括中培养学生思考和解决问题的习惯,把握定点模型的本质.感知直线过定点过程中也离不开直观想象,以下不再赘述.

4. 数学建模

本节课虽不是通过数学建模解决实际问题,但抽象概括出圆锥曲线中的过定点的模型后,我们再碰到一些有关垂直、斜率之积(和)为定值的问题时,学生可以有建模的意识,知道本质是过定点问题.如2020年新高考全国卷I的第22题的第二问中就是常见的一个过定点的模型, $A(2,1)$ 在椭圆 C 上,点 M, N 也在 C 上,且 $AM \perp AN$,只要有建模的意识,推导出弦 MN 过定点,后面的问题就迎刃而解了.

参考文献:

[1] 章建跃,数学思维品质的培养与逻辑推理素养的发展.中学数学教学参考(上),2020(8).