# §2.2 第 1 课时　单调性与最大(小)值

## 复习目标

1．理解函数的单调性、最大值、最小值及其几何意义；

2．会运用基本初等函数的图象分析函数的性质．

## 课前热身

1．下列函数中，在区间(0，＋∞)内单调递减的是(　　)

A.$y=\frac{1}{x}-x$　　B.$y=x^2-x$　　C.$y=\ln x-x$　　D.$y=e^x$

2．函数 $f(x)=\ln(x^2-2x-8)$的单调递增区间是(　　)

A.(－∞，－2)　　B.(－∞，1)　　C.(1，＋∞)　　D.(4，＋∞)

3. 已知函数 $f(x)=\log_a(x^2+x-1)$在区间[1，2]上的最大值比最小值大 2，则 $a$ 的值为(　　)

A．2　　B．$\sqrt{5}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D．$\sqrt{5}$或$\frac{\sqrt{5}}{5}$

4. 函数 $y=f(x)$是定义在[－2,2]上的减函数，且 $f(a+1)<f(2a)$，则实数 $a$ 的取值范围是________.

5. 函数 $y=\frac{x}{x-1}$在区间[2，3]上的最大值是________.

6. 函数 $f(x)=9x^2+\sqrt{x-1}$的最小值为________.

## 知识梳理

## 典例研究

### 考点一　确定函数的单调性

例1.（1）（多选）设函数 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上为增函数，则下列结论中不正确的是(　　)

A．$y=\dfrac{1}{f(x)}$在 $\mathbf{R}$ 上为减函数　　B．$y=|f(x)|$在 $\mathbf{R}$ 上为增函数

C．$y=\log_{\frac{1}{2}}f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上为减函数　　D．$y=2^{-f(x)}$在 $\mathbf{R}$ 上为减函数

（2）试讨论函数 $f(x)=\dfrac{ax}{x-1}(a\neq 0)$在$(-1,1)$上的单调性．

（3）求下列函数的单调区间．

①$f(x)=-x^2+2|x|+3$；　　②$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(-x^2+4x+5)$；　　③$f(x)=x-\ln x$.

### 考点二　函数单调性的应用

例2.（1）已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{e^x+1}-\dfrac{1}{2}$，若 $a=f(2^{1.3})$，$b=f(4^{0.7})$，$c=f(\log_3 8)$，则 $a$，$b$，$c$ 的大小关系为(　　)

*A.c<a<b*　　*B.a<c<b*　　*C.b<a<c*　　*D.a<b<c*

（2）设 $f(x)$是定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数，且在(0，$+\infty$)上单调递减，则(　　)

*A*．$f\left(\log_3\dfrac{1}{4}\right)>f(2^{-\frac{3}{2}})>f(2^{-\frac{2}{3}})$　　*B*．$f\left(\log_3\dfrac{1}{4}\right)>f(2^{-\frac{2}{3}})>f(2^{-\frac{3}{2}})$

*C*．$f(2^{-\frac{3}{2}})>f(2^{-\frac{2}{3}})>f\left(\log_3\dfrac{1}{4}\right)$　　*D*．$f(2^{-\frac{2}{3}})>f(2^{-\frac{3}{2}})>f\left(\log_3\dfrac{1}{4}\right)$

（3）若 $2^a+\log_2 a=4^b+2\log_4 b$，则(　　)

*A*．$a>2b$　　*B*．$a<2b$　　*C*．$a>b^2$　　*D*．$a<b^2$

例3.（1）已知函数 $f(x)=\ln x+2^x$，若 $f(x^2-4)<2$，则实数 $x$ 的取值范围是____________________.

（2）如果函数 $f(x)=\begin{cases}(2-a)x+1, x<1,\\ a^x, x\geq 1,\end{cases}$ 满足对任意 $x_1\neq x_2$，都有 $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$ 成立，

那么实数 $a$ 的取值范围是(　　)

A．(0,2)　　B．(1,2)　　C．(1，+∞)　　D．$\left[\frac{3}{2}, 2\right)$

**考点三　函数的最值**

例4.（1）函数 $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x-\log_2(x+2)$ 在区间[−1，1]上的最大值为______

（2）函数 $y=\dfrac{\sqrt{x^2+4}}{x^2+5}$ 的最大值为________.

（3）对于任意实数 $a$，$b$，定义 $\min\{a，b\}=\begin{cases}a，a\leq b，\\ b，a>b.\end{cases}$ 设函数 $f(x)=-x+3$，$g(x)=\log_2 x$，则函数 $h(x)=\min\{f(x)，g(x)\}$ 的最大值是________.

**课堂小结**

**跟踪反馈**

1.函数 $f(x)=\dfrac{x}{1-x}$ 在(　　)

A．(−∞，1)∪(1，+∞)上是增函数　　B．(−∞，1)∪(1，+∞)上是减函数

C．(−∞，1)和(1，+∞)上是增函数　　D．(−∞，1)和(1，+∞)上是减函数

2.已知函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，当 $x_1\neq x_2$ 且 $x_1$，$x_2\in(1，+\infty)$ 时，$[f(x_2)-f(x_1)](x_2-x_1)<0$ 恒成立，设 $a=f\left(-\frac{1}{2}\right)$，$b=f(2)$，$c=f(\mathrm{e})$，则 $a$，$b$，$c$ 的大小关系为(　　)

A．$c>a>b$　　B．$c>b>a$　　C．$a>c>b$　　D．$b>a>c$

3. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\mathrm{e}^{-x}，x\leq 0，\\ -x^2-2x+1，x>0，\end{cases}$ 若 $f(a-1)\geq f(-a^2+1)$，则实数 $a$ 的取值范围是(　　)

A．[−2,1]　　B．[−1,2]　C．(−∞，−2]∪[1，+∞)　　D．(−∞，−1]∪[2，+∞)

4.(多选)已知函数 $f(x)=\begin{cases}\ln x+2^x, & x>0,\\ \dfrac{2}{1-x}, & x\le 0,\end{cases}$ 则下列结论正确的是(　　)

A．$f(x)$在 **R** 上为增函数　　B．$f(e)>f(2)$

C．若 $f(x)$在$(a，a+1)$上单调递增，则 $a\le -1$ 或 $a\ge 0$　　D．当 $x\in[-1,1]$时，$f(x)$的值域为$[1,2]$

5．函数 $f(x)=(a-1)x+2$ 在 **R** 上单调递增，则函数 $g(x)=a^{|x-2|}$的单调递减区间是__________

6. 已知函数 $f(x)=\lg\left(x+\dfrac{a}{x}-2\right)(a>0$，且 $a\neq 1)$.

（1）当 $a\in(1，4)$时，求函数 $f(x)$在$[2，+\infty)$上的最小值；

（2）若对任意 $x\in[2，+\infty)$恒有 $f(x)>0$，试确定 $a$ 的取值范围.

**纠错补偿**

1．订正：　题号 $\boxed{\phantom{xxxx}}$

2. 补偿训练：