

# 江苏省仪征中学 2019-2020 学年度阶段考试试卷

## 高一数学

一. 选择题: 共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合  $M = \{-1, 0, 1\}$ ,  $N = \{0, 1\}$ , 则集合  $M \cup N$  的子集个数为 ( )

- A. 9                      B. 8                      C. 7                      D. 6

2.  $\sin \frac{2020\pi}{3} =$  ( )

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                   B.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                   C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $-\frac{1}{2}$

3. 下列函数中, 既是偶函数, 又在区间  $(0, +\infty)$  上单调递增的函数为 ( )

- A.  $y = \ln(x^2 - 1)$       B.  $y = \sqrt{x}$               C.  $y = 3^{|x|}$               D.  $y = |\cos x|$

4. 已知向量  $\vec{a} = (1, m)$ ,  $\vec{b} = (3, -1)$ , 且  $(2\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{b}$ , 则  $m =$  ( )

- A. -2                      B. -1                      C. 2                      D. 4

5. 已知角  $\alpha (0 \leq \alpha < 2\pi)$  的终边经过点  $P(\sin \frac{5\pi}{6}, \cos \frac{5\pi}{6})$ , 则  $\alpha =$  ( )

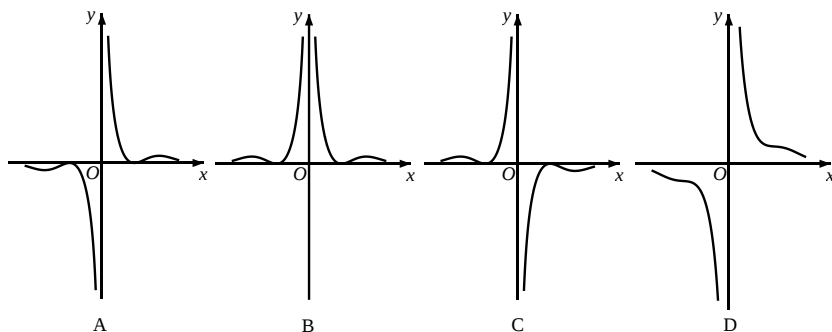
- A.  $-\frac{\pi}{6}$                       B.  $\frac{7\pi}{6}$                       C.  $\frac{5\pi}{3}$                       D.  $-\frac{\pi}{3}$

6. 设  $D, E$  分别是  $\triangle ABC$  的边  $AB, BC$  上的点,  $AD = \frac{1}{2}AB$ ,  $BE = \frac{2}{3}BC$ , 若  $\overrightarrow{DE} = \lambda_1 \overrightarrow{AB} + \lambda_2 \overrightarrow{AC}$

( $\lambda_1, \lambda_2$  为实数), 则  $\lambda_1 + \lambda_2$  的值为 ( )

- A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{2}{3}$                       C.  $\frac{3}{4}$                       D.  $\frac{1}{2}$

7. 函数  $y = \frac{\cos 3x + 1}{3^x - 3^{-x}}$  的图像大致为 ( )



8. 已知  $\cos(\frac{5}{12}\pi + \alpha) = \frac{1}{3}$ , 且  $-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2}$ , 那么  $\cos(\alpha - \frac{\pi}{12}) =$  ( )

- A.  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$       B.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$       C.  $-\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{3}$

9. 若  $\log_a \frac{12}{a-1} < 1$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $(0,1) \cup (4,+\infty)$       B.  $(0,1)$       C.  $(1,4)$       D.  $(4,+\infty)$

10. 下列说法中, 所有正确说法的个数是 ( )

- ①终边落在  $y$  轴上的角的集合是  $\{\alpha | \alpha = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$ ;  
 ②函数  $y = 3\cos(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6})$  图象的一个对称中心是  $(\frac{4\pi}{3}, 0)$ ;  
 ③函数  $y = \tan x$  在第一象限是增函数;  
 ④为了得到函数  $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$  的图象, 只需把函数  $y = \sin 2x$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度.

- A. 3      B. 2      C. 1      D. 0

11. 已知向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2$ , 且  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 若向量  $\vec{m}$  满足  $|\vec{a} + \vec{b} - \vec{m}| \leq 2$ , 则  $|\vec{m}|$  的取值范围是 ( )

- A.  $[\sqrt{13}-2, \sqrt{13}+3]$       B.  $[\sqrt{13}-2, \sqrt{13}+2]$   
 C.  $[2, \sqrt{13}+3]$       D.  $[2, \sqrt{13}+2]$

12. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} |\log_2 x|, & x > 0 \\ (x+1)^2, & x \leq 0 \end{cases}$ , 若函数  $g(x) = f(x) - a$  有四个零点  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , 且

$x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ , 则  $x_3(x_1 + x_2) + \frac{1}{x_3^2 x_4}$  的取值范围是 ( )

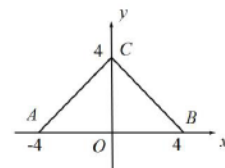
- A.  $(-1, +\infty)$       B.  $(-\infty, 1)$       C.  $(-1, 1]$       D.  $[-1, 1)$

二. 填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 计算  $(2\frac{7}{9})^{\frac{1}{2}} - (\lg 5)^0 + (\frac{27}{64})^{-\frac{1}{3}} + \log_3 9 =$  \_\_\_\_\_.

14. 如图, 已知函数  $f(x)$  的图象为折线  $ACB$  (含端点  $A, B$ ), 其中  $A(-4, 0), B(4, 0), C(0, 4)$ , 则不等式

$f(x) > \log_2(x+2)$  的解集是 \_\_\_\_\_.



15. 已知边长为 4 的正三角形  $ABC$ ,  $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EC}$ , 且  $AD$  与  $BE$  交于点  $M$ , 则  $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD}$  的值为 \_\_\_\_\_.

16. 若函数  $f(x) = x^2 + ax$  ( $a > 0$ ) 对区间  $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$  内的任意两个相异的实数  $x_1, x_2$ , 恒有  $|f(x_1) - f(x_2)| > 2|x_1 - x_2|$ , 则实数  $a$  的取值范围\_\_\_\_\_.

三. 解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

$$\text{设集合 } A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{8} \leq 2^x \leq 4 \right\}, B = \left\{ y \mid y = \log_2 x + m, \frac{1}{4} \leq x \leq 16 \right\}.$$

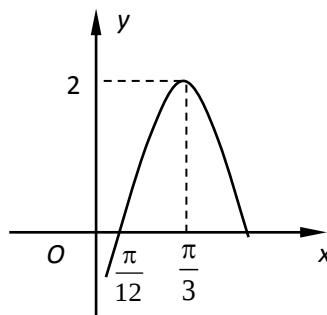
- (1) 当  $A \cup B = B$  时, 求实数  $m$  的取值范围;  
 (2) 当  $A \cap B \neq \emptyset$  时, 求实数  $m$  的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi$ ), 它的部分图象如图所示.

- (1) 求函数  $f(x)$  的解析式;

- (2) 当  $x \in \left[-\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right]$  时, 求函数  $f(x)$  的值域.



(第 18 题)

19. (本小题满分 12 分)

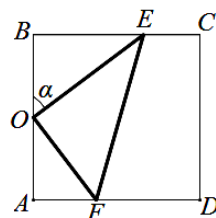
已知  $\vec{a} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$ ,  $\vec{b} = (\cos \beta, \sin \beta)$ , 且  $|\vec{a} - \vec{b}| = \frac{\sqrt{7}}{7}$ .

- (1) 求  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos(2\pi - \beta) - \sin(\pi + \alpha) \cos\left(\beta - \frac{\pi}{2}\right)$  的值;  
 (2) 若  $\cos \alpha = \frac{1}{7}$ , 且  $0 < \beta < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , 求  $\beta$  的值.

20. (本小题满分 12 分) 某度假区有一块长方形水池  $ABCD$ ,  $AB = 50$  米,  $BC = 25\sqrt{3}$  米, 为了便于游客观光游览, 该度假区决定在水池内建 3 条如图所示的观光走廊  $OE, EF, OF$ , 考虑到整体规划, 要求  $O$  是  $AB$  的中点, 点  $E$  在边  $BC$  上, 点  $F$  在边  $AD$  上, 且  $\angle EOF = 90^\circ$ .

(1) 设  $\angle BOE = \alpha$ , 试将  $\triangle OEF$  的周长  $l$  表示成  $\alpha$  的函数关系式, 并求出此函数的定义域;

(2) 经核算, 三条走廊每米建设费用均为 4000 元, 试问如何设计才能使建设总费用最低并求出最低总费用.



21. (本小题满分 12 分)

已知一次函数  $f(x) = kx + b$  的图像与  $x$  轴、 $y$  轴分别相交于点  $A, B$ ,  $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\mathbf{i} + \mathbf{j}$  ( $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  分别是与  $x$  轴、 $y$  轴正半轴同方向的单位向量), 函数  $g(x) = 2x^2 - x - 4$ .

(1) 求  $k, b$  的值; (2) 当  $x$  满足  $f(x) \geq g(x)$  时, 求函数  $h(x) = g(x) + ax, a \in \mathbb{R}$  的最小值.

22. (本小题满分 12 分)

对于函数  $f(x)$ , 若存在实数对  $(a, b)$ , 使得等式  $f(a+x) \cdot f(a-x) = b$  对定义域中的每一个  $x$  都成立, 则称函数  $f(x)$  是 “ $(a, b)$  型函数”.

(1) 判断函数  $f_1(x) = x$  是否为 “ $(a, b)$  型函数”, 并说明理由;

(2) 若函数  $f_2(x) = 4^x$  是 “ $(a, b)$  型函数”, 求出满足条件的一组实数对  $(a, b)$ ;

(3) 已知函数  $g(x)$  是 “ $(a, b)$  型函数”, 对应的实数对  $(a, b)$  为  $(1, 4)$ . 当  $x \in [0, 1]$

时,  $g(x) = x^2 - m(x-1) + 1$  ( $m > 0$ ), 若当  $x \in [0, 2]$  时, 都有  $1 \leq g(x) \leq 4$ , 试求  $m$  的取值范围.