2019年普通高等学校招生全国统一考试（全国新课标1卷）

理科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知集合 $M=\{x|-4<x<2\}$，$N=\{x|x^2-x-6<0\}$，则 $M\cap N=$（　　）

A. $\{x|-4<x<3\}$　　B. $\{x|-4<x<-2\}$　　C. $\{x|-2<x<2\}$　　D. $\{x|2<x<3\}$

2．设复数 z 满足 $|z-i|=1$，z 在复平面内对应的点坐标为 $(x，y)$，则（　　）

A. $(x+1)^2+y^2=1$　　B. $(x-1)^2+y^2=1$　　C. $x^2+(y-1)^2=1$　　D. $x^2+(y+1)^2=1$

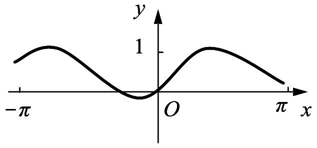
3．已知 $a=\log_2 0.2$，　$b=2^{0.2}$，　$c=0.2^{0.3}$ ，则（　　）

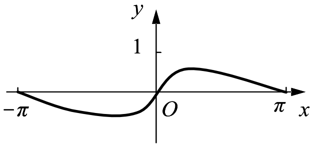
A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $c<a<b$　　D. $b<c<a$

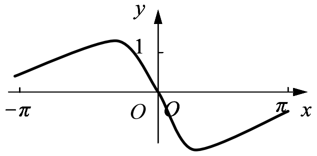
4．古希腊时期，人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ($\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0.618$，称为黄金分割比例)，著名的“断臂维纳斯”便是如此.此外，最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.若某人满足上述两个黄金分割比例，且腿长为105cm，头顶至脖子下端的长度为26cm，则其身高可能是（　　）

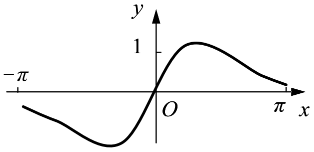
A.165cm　　B.175cm　　C.185cm　　D.190cm

5．函数 $f(x)=\frac{\sin x+x}{\cos x+x^2}$ 在 $[-\pi，\pi]$ 的图像大致是（　　）

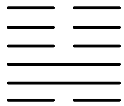
A.


B.


C.


D.


6．我国古代典籍《周易》用“卦”描述万物的变化.每一“重卦”由从下到上排列的六个爻组成，爻分为阳爻“——”和阴爻“— —”，右图就是一重卦，在所有重卦中随机取一重卦，则该重卦恰有三个阳爻的概率是（　　）

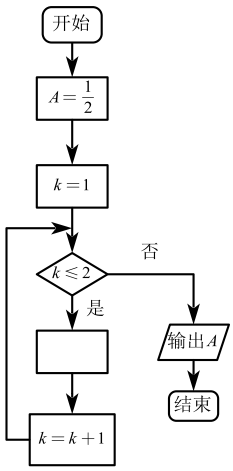


A. $\dfrac{5}{16}$　　B. $\dfrac{11}{32}$　　C. $\dfrac{21}{32}$　　D. $\dfrac{11}{16}$

7．已知非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$，且$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为（　　）

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　C. $\dfrac{2\pi}{3}$　　D. $\dfrac{5\pi}{6}$

8．右图是求 $\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2}}}$ 的程序框图，图中空白框中应填入（　　）



A. $A=\dfrac{1}{2+A}$

B. $A=2+\dfrac{1}{A}$

C. $A=\dfrac{1}{1+2A}$

D. $A=1+\dfrac{1}{2A}$

9．记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，已知 $S_4=0$，$a_5=5$，则（　　）

A.$a_n=2n-5$　　B.$a_n=3n-10$　　C.$S_n=2n^2-8n$　　D. $S_n=\dfrac{1}{2}n^2-8n$

10. 已知椭圆 C 的焦点为 $F_1(-1,0)F_2(1,0)$，过 F_2 的直线与 C 交于 A，B 两点，若$|AF_2|=2|F_2B|$，$|AB|=|BF_1|$，则 C 的方程为（　　）

A. $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$　　B. $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$　　C. $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$　　D. $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$

11．关于函数 $f(x)=\sin|x|+|\sin x|$ 有下列四个结论：

①$f(x)$是偶函数　　②$f(x)$在区间 $\left(\frac{\pi}{2}，\pi\right)$ 单调递增

③$f(x)$在$[-\pi，\pi]$有 4 个零点　　④$f(x)$的最大值为 2

其中所有正确结论的编号是（　　）

A.①②④　　B.②④　　C.①④　　D.①③

12．已知三棱锥 $P\text{-}ABC$ 的四个顶点在球 O 的球面上，$PA=PB=PC$，$\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形，E，F 分别是 PA，AB 的中点，$\angle CEF=90°$，则球 O 的体积为（　　）

A. $8\sqrt{6}\pi$　　B. $4\sqrt{6}\pi$　　C. $2\sqrt{6}\pi$　　D. $\sqrt{6}\pi$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．曲线 $y=3(x^2+x)e^x$ 在点(0，0)处的切线方程为_________

14．记 S_n 为等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $a_1=\frac{1}{3}$，$a_4^2=a_6$，则 $S_5=$_______

15．甲、乙两队进行篮球决赛，采取七场四胜制(当一队赢得四场胜利时，该队获胜，决赛结束).根据前期比赛成绩，甲队的主客场安排依次为“主主客客主客主”.设甲队主场取胜的概率为 0.6，客场取胜的概率为 0.5，且各场比赛结果相互独立，则甲队以 4:1 获胜的概率是_____

16．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 的直线与 C 的两条渐近线相交于 A，B 两点，若 $\overrightarrow{F_1A}=\overrightarrow{AB},\overrightarrow{F_1B}\cdot\overrightarrow{F_2B}=0$，则 C 的离心率为_______

三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：60 分.

17．(12 分)$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，设$(\sin B-\sin C)^2=\sin^2A-\sin B\sin C$.

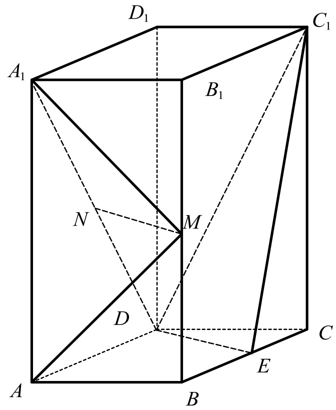
（1）求 A；

（2）若 $\sqrt{2}a+b=2c$，求 $\sin C$.

18．(12 分)如图，直四棱柱 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形，$AA_1=4$，$AB=2$，$\angle BAD=60°$，E，M，N 分别是 BC，BB_1，A_1D 的中点

（1）证明：$MN//$ 平面 C_1DE；

（2）求二面角 $A\text{-}MA_1\text{-}N$ 的正弦值.



19．(12 分)已知抛物线 C:$y^2=2px$ 的焦点为 F，斜率为 $\dfrac{3}{2}$ 的直线 l 与 C 交于 A，B，与 x 轴的交点为 P.

（1）若$|AF|+|BF|=4$，求 l 的方程；

（2）若 $\overrightarrow{AP}=3\overrightarrow{PB}$，求$|AB|$.

20．(12 分)已知函数 $f(x)=\sin x-\ln(1+x)$， $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数，证明：

（1） $f'(x)$ 在区间 $\left(-1,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 存在唯一极大值；

（2）$f(x)$ 有且仅有两个零点.

21．(12 分)为治疗某种疾病，研制了甲、乙两种新药，希望知道哪种新药更有效，为此进行动物试验.试验方案如下：每一轮选取两只白鼠对药效进行对比试验.对于两只白鼠，随机选一只施以甲药，另一只施以乙药，一轮的治疗结果得出后，再安排下一轮试验，当其中一种药治愈的白鼠比另一种药治愈的白鼠多 4 只时，就停止试验，并认为治愈只数多的药更有效. 为了方便描述问题，约定：对于每轮试验，若施以甲药的白鼠治愈且施以乙药的白鼠未治愈则甲药的 1 分，乙药得一 1 分：若施以乙药的白鼠治愈且施以甲药的白鼠未治愈则乙药的 1 分，甲药得一 1 分，若都治愈或都未治愈则两种药均得 0 分.甲、乙两种药的治愈率分别为 α 和 β，一轮试验中甲药的得分为 X，

（1）求 X 的分布列；

（2）若甲药、乙药在试验开始时都赋予 4 分，$p_i(i=0，1，...，8)$表示“甲药的累计得分为 i 时，最终认为甲药比乙药更有效”的概率，则 $p_0=0$，$p_8=1$，$p_i=ap_{i-1}+cp_{i+1}(i=1，2，...，7)$，其中 $a=P(X=-1)$，$b=P(X=0)$，$c=P(X=1)$，假设 $\alpha=0.5$，$\beta=0.8$.

（i）证明：$\{p_{i+1}-p_i\}(i=1，2，...，7)$为等比数列；

（ii）求 p_4，并根据 p_4 的值解释这种试验方案的合理性.

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22．[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y=\dfrac{4t}{1+t^2} \end{cases}$ (t 为参数).以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立直角坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\cos\theta+\sqrt{3}\sin\theta+11=0$

（1）求 C 和 l 的直角坐标；

（2）求 C 上的点到 l 距离的最小值.

23．[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知 a，b，c 为正数，且满足 abc=1，证明：

（1） $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\le a^2+b^2+c^2$

（2） $(a+b)^3+(b+c)^3+(a+c)^3\ge 24$

2019 年普通高等学校招生全国统一考试（全国新课标 1 卷）

理科数学（答案）

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	C	B	B	D	A	B	A	A	B	C	D

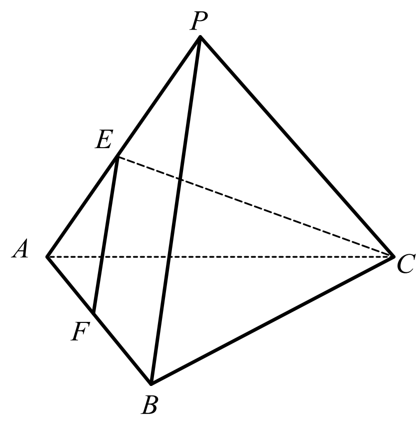
11．对于①：因为 f(-x)=f(x)，所以函数是偶函数，故①正确

对于②：当 $x\in\left(\frac{\pi}{2},\ \pi\right)$时，f(x)=2sinx，由图像可知函数单调递减，故②错误

对于③：f(x)在[0，π]上，f(x)=2sinx，此时函数有两个零点，函数为偶函数，故在[-π，0)上只有一个零点，所以 f(x)在[-π，π]上共有 3 个零点，故③错误

对于④，由于|sinx|≤1，sin|x|≤1，所以 f(x)≤2,故④正确.此题答案为 C

12．根据题意，三棱锥 P-ABC 为正三棱锥，所以 PB⊥AC(正三棱锥对棱相互垂直)，又 CE⊥EF，又因为 EF 为 PB 的中位线，所以 EF∥PB，所以 PB⊥CE，故 PB⊥平面 PAC，所以 PB⊥PA，PB⊥PC，且 PA=PB，所以 PA=PB=PC=$\sqrt{2}$,三棱锥 P-ABC 可以补形为边长为$\sqrt{2}$正方体，其体对角线长为$\sqrt{6}$，为三棱锥外接球直径长，所以外接球半径 R=$\frac{\sqrt{6}}{2}$，外接球体积为$\frac{4}{3}\pi R^3=\sqrt{6}\pi$，答案为 D



二、填空题

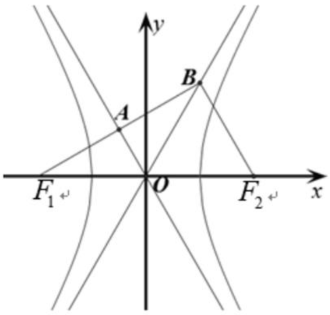
13．3x-y=0　　14．$\frac{121}{3}$　　15．0.18　　16．2

16．解析：因为$\overrightarrow{F_1A}=\overrightarrow{AB},\overrightarrow{F_1B}\cdot\overrightarrow{F_2B}=0$，所以 A 为 F_1B 的中点，$F_1B\perp F_2B$，

连结 OA，可得 $OA\parallel F_2B$，所以 OA 垂直平分 F_1B，所以 $\angle F_1OA=\angle AOB=\angle BOF_2=60°$，在$\triangle AOF_1$中，$F_1A=b,OA=a$，

所以 $BF_2=2OA=2a$，$\triangle BOF_2$ 为等边三角形，故 $OF_2=BF_2$

即 $c=2a$，所以 $e=2$



三、解答题

17．解：（1）在△ABC 中，由正弦定理得：$\frac{a}{SinA}=\frac{b}{SinB}=\frac{c}{SinC}=2R$

联立题设可得：$(b-c)^2=a^2-bc$

整理可得：$\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{1}{2}$

由余弦定理得:$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{1}{2}$

由$A\in(0,\pi)$可知：$A=\frac{\pi}{3}$

（2）在△ABC 中，$A+B+C=\pi$

则有 $\sin B=\sin[\pi-(A+C)]=\sin(A+C)=\sin(C+\frac{\pi}{3})$

将$\sqrt{2}a+b=2c$ 联立正弦定理可得$\sqrt{2}sin\frac{\pi}{3}+sinB=2sinC$

则$\frac{\sqrt{6}}{2}+\sin\left(C+\frac{\pi}{3}\right)=2\sin C$

整理可得 $\sin(C-\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$C-\frac{\pi}{6}\in(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$

则 $\cos(C-\frac{\pi}{6})=\sqrt{1-\sin^2(C-\frac{\pi}{6})}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

则 $\sin C=\sin[\left(C-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{6}]=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

18.（1）证明：取 AD 中点 F，连接 FB、FN、BD

在直四棱柱中，AA_1∥BB_1 且 $AA_1=BB_1$，DD_1⊥平面 ABCD

在三角形 AA_1D 中，N、F 为边 A_1D、AD 的中点，AA_1∥NF 且 $AA_1=2NF$

由 M 为 BB_1 中点可得，BM∥AA_1∥NF 且 BM= $\frac{1}{2}AA_1$=NF

则四边形 NFBM 为平行四边形，则 MN∥BF

在菱形 ABCD 中，$\angle BAD=60^0$，则△ABD 和△CBD 为正三角形

因为 F、E 为 AD、BC 边的中点，在正△ABD 和△CBD 中由三线合一可知：

BF⊥AD、DE⊥BC　又 DF∥BE 且 DF=BE 可得四边形 DFBE 为矩形

则 BF∥DE　　　则 MN∥DE

又 MN ⊄ 平面 C_1DE，DE⊂平面 C_1DE，则 MN∥平面 C_1DE

（2）解：由(1)中 DD_1⊥平面 ABCD，AD、DE⊂平面 ABCD 可得 DD_1⊥AD、DD_1⊥DE

在矩形 DFBE 中，AD⊥DE，则 AD、DE、DD_1 两两垂直

以 D 为坐标原点，DA、DE、DD_1 分别为 x 轴、y 轴、z 轴建立如图所示坐标系

在平面 AMA_1 中，$\overrightarrow{AA_1}=(0,0,4)$，$\overrightarrow{MA_1}=(1,-\sqrt{3},2)$

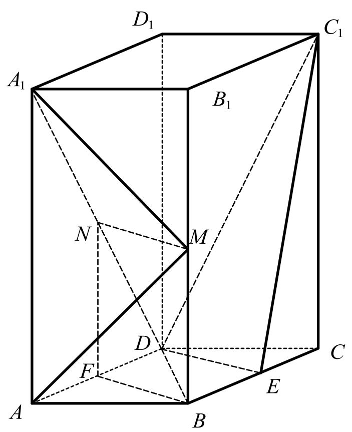
设其法向量$\vec{a}$（x_1,y_1,z_1），由$\overrightarrow{AA_1}\cdot\vec{a}=0$ 和 $\overrightarrow{MA_1}\cdot\vec{a}=0$可解得$\vec{a}$（$\sqrt{3},1,0$）

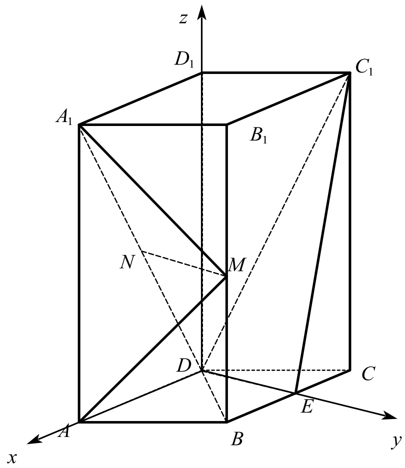
在平面 NMA_1 中，$\overrightarrow{NM}=(0,\sqrt{3},0)$，$\overrightarrow{MA_1}=(1,-\sqrt{3},2)$

设其法向量$\vec{b}$（x_2,y_2,z_2），由$\overrightarrow{NM}\cdot\vec{b}=0$ 和 $\overrightarrow{MA_1}\cdot\vec{b}=0$可解得$\vec{b}$（$2,0,-1$）

则二面角 A-MA_1-N 的余弦值为 $\cos\alpha=\frac{|\vec{a}\cdot\vec{b}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\frac{2\sqrt{3}}{2\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{5}$

则二面角 A-MA_1-N 的正弦值为 $\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\frac{\sqrt{10}}{5}$





19．解：（1）设$A(x_1,y_1)B(x_2,y_2)$直线 l 的方程为 $y=\frac{3}{2}x+m$，

联立抛物线方程与直线$\begin{cases}y^2=3x\\ y=\frac{3}{2}x+m\end{cases}$，消去 y 整理得：$9x^2+12(m-1)x+4m^2=0$

其中$\triangle=(12m-12)^2-4\times9\times4m^2=144-288m>0$，得 $m<\frac{1}{2}$，

$x_1+x_2=\frac{12(1-m)}{9}=\frac{4(1-m)}{3}$，$x_1x_2=\frac{4m^2}{9}$，

由题可知 $p=\frac{3}{2}$，由抛物线定义可知：$|AF|+|BF|=x_1+x_2+p=4$

$\therefore\frac{4(1-m)}{3}+\frac{3}{2}=4$，解得 $m=-\frac{7}{8}$，满足$\triangle>0$，

$\therefore l$ 的方程为 $12x-8y-7=0$

（2）设交点 $P(x_p,0)$，直线 l 的方程为 $y=\frac{3}{2}x+x_p$

联立抛物线方程与直线$\begin{cases}y^2=3x\\ y=\frac{3}{2}x+x_p\end{cases}$，消去 x 整理得：$y^2-2y-2x_p=0$

其中$\triangle=4+8x_p>0$，得 $x_p>-\frac{1}{2}$,

$y_1+y_2=2$，$y_1y_2=-2x_p$，$\because\overrightarrow{AP}=3\overrightarrow{PB}$

$\therefore 0-y_1=3(y_2-0)\therefore -y_1=3y_2$，联立$\begin{cases}y_1+y_2=2\\ -y_1=3y_2\end{cases}$得 $y_1=3$，$y_2=-1$

代入抛物线$y^2=3x$可得：$x_1=3$，$x_2=\frac{1}{3}$　则$A(3,3)$　　$B(\frac{1}{3},-1)$

$\therefore -2x_p=y_1y_2=-3$，$\therefore x_p=\frac{3}{2}$,满足$\triangle>0$，

$\therefore|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{(3-\frac{1}{3})^2+(3+1)^2}=\frac{4}{3}\sqrt{13}$

20．证明：（1）$f'(x)=\cos x-\frac{1}{x+1}$，令$g(x)=f'(x)=\cos x-\frac{1}{x+1}$，

$g'(x)=$ -sin$x+\dfrac{1}{(x+1)^2}$，$x\in(-1,\dfrac{\pi}{2})$

$g''(x)=$ -cos$x-\dfrac{2}{(x+1)^3}<0$ 在$\left(-1,\dfrac{\pi}{2}\right)$上恒成立

则$g'(x)$在$\left(-1,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减

又$g'(0)$=1，$g'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-1+\frac{1}{(\frac{\pi}{2}+1)^2}<-1+1=0$

则存在唯一$x_0\in(-1,\frac{\pi}{2})$使得$g'(x_0)=0$

当$x_0\in(-1,x_0)$，$g'(x)>0,g(x)$在$(-1,x_0)$上单调递增

当$x_0\in(x_0,\frac{\pi}{2})$，$g'(x)<0,g(x)$在$\left(x_0,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减

则$g(x)$在$\left(-1,\frac{\pi}{2}\right)$上存在唯一极大值点，原命题得证.

（2）$f(x)=sinx-\ln(1+x)$

①当$x\in(-1,\frac{\pi}{2})$时，由（1）可知，$g(x)$在$(-1,x_0)$上单调递增，

在$\left(x_0,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减，

又$x_0\in(0,\frac{\pi}{2})$，且$g(0)=0$，$g\left(\frac{\pi}{2}\right)<0,$则存在唯一$x_1\in(x_0,\frac{\pi}{2})$使得$g(x_1)=0$

即当$x\in(-1,0)$，$\left(x_1,\frac{\pi}{2}\right)$时，$g(x)<0$, 当$x\in(0,x_1)$时，$g(x)>0$,

则$f(x)$在$(-1,0)$，$\left(x_1,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减，在$(0,x_1)$上单调递增，

且$f(0)=0$，$f(\frac{\pi}{2})=sin\frac{\pi}{2}-\ln(1+\frac{\pi}{2})\ >0$

所以$f(x)$在$\left(-1,\frac{\pi}{2}\right)$存在唯一零点，即$f(0)=0$

②当$x\in(\frac{\pi}{2},\pi)$时，$f'(x)=\cos x-\frac{1}{x+1}<0$,即$f(x)$在$(\frac{\pi}{2},\pi)$上单调递减，

且$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1-\ln\left(1+\frac{\pi}{2}\right)>0$，$f(\pi)=-\ln(1+\pi)<0,$

则$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$上存在唯一零点

③当$x\in(\pi，+\infty)$时，易知$\sin x\le 1<\ln(1+x)$，
则$f(x)=sinx-\ln(1+x)<0$恒成立
即$f(x)$在$(\pi，+\infty)$上不存在零点
综上所述，$f(x)$在$(-1，+\infty)$上有且仅有 2 个零点.

21.（1）解：X 的所有可能取值为-1，0，1

P（X=-1）=（1-α）β

P（X=0）=（1-α）（1-β）+αβ

P（X=1）=（1-β）α

则 X 的分布列为：

X	-1	0	1
P	（1-α）β	（1-α）（1-β）+αβ	（1-β）α

（2）证明：（i）由（1）可知，a= P（X=-1）=（1-α）β=0.4，

c= P（X=1）=（1-β）α=0.1

b= P（X=0）=（1-α）（1-β）+αβ=0.5

则有 $p_i=0.4p_{i-1}+0.5p_i+0.1p_{i+1}$，即 $0.5p_i=0.4p_{i-1}+0.1p_{i+1}$

则有 $0.1(p_{i+1}-p_i)=0.4(p_i-p_{i-1})$，即 $p_{i+1}-p_i=4(p_i-p_{i-1})$

易知 $p_1-p_0\neq 0$,

则数列$\{p_{i+1}-p_i\}$(i=0,1,2,⋯,7)是以 4 为公比，以 p_1-p_0 为首项的等比数列

（ii）由 i 可知 $p_8-p_7=4^7(p_1-p_0)$　$p_7-p_6=4^6(p_1-p_0)$　，⋯，

$p_2-p_1=4(p_1-p_0)$　$p_1-p_0=p_1-p_0$

上述式子累加：$p_8-p_0=(p_1-p_0)(1+4+4^2+\cdots+4^7)=(p_1-p_0)\frac{4^8-1}{3}$

将 $p_8=1$，$p_0=0$ 代入可得：$1=p_1\cdot\frac{4^8-1}{3}$，即 $p_1=\frac{3}{4^8-1}$

同理，$p_4-p_0=(p_1-p_0)(1+4+4^2+4^3)=\frac{4^4-1}{3}p_1=\frac{4^4-1}{3}\cdot\frac{3}{4^8-1}=\frac{1}{4^4-1}=\frac{1}{257}$

由 $p_4=\frac{1}{257}$可知，当 i=4 时，认为甲药比已药有效的概率非常小，为小概率事件，

所以这种方案比较合理.

四、选做题：.

22.（1）$\because x^2+\frac{1}{4}y^2=\frac{(1-t^2)^2}{(1+t^2)^2}+\frac{4t^2}{(1+t^2)^2}=\frac{(1+t^2)^2}{(1+t^2)^2}=1$，$\therefore C:x^2+\frac{y^2}{4}=1$

$l:2x+\sqrt{3}y+11=0$

（2）设所求距离为d，C上任意一点P（$\cos\alpha,2\sin\alpha$）故：$d=\frac{|2\cos\alpha+2\sqrt{3}\sin\alpha+11|}{\sqrt{7}}$

$=\frac{\left|4\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)+11\right|}{\sqrt{7}}\geqslant\sqrt{7}$ （当$\alpha=\frac{4}{3}\pi$时取“=”）

23.（1）$\because a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2]\geqslant 0$

$\therefore a^2+b^2+c^2\geqslant ab+ac+bc=\frac{ab}{abc}+\frac{ac}{abc}+\frac{bc}{abc}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$

（2）左边$\geqslant(2\sqrt{ab})^3+(2\sqrt{ac})^3+(2\sqrt{bc})^3\geqslant 3\sqrt[3]{(2\sqrt{ab})^3(2\sqrt{ac})^3(2\sqrt{bc})^3}=24abc=24$

（当$a=b=c=1$时取“=”）