2018-2019 第二学期高二数学期末复习保温练习（2）

班级____________ 学号__________ 姓名________________ 自我评价 ________

1. 设集合 $A=\{2,4\}$，$B=\{a^2,2\}$.其中 $a<0$，若 $A=B$，则实数 $a=$_________.

2. 命题“若 $a=b$，则 $a\geq b$”的逆否命题是________________________.

3. 函数 $f(x)=log_{\frac{1}{2}}(-x^2+5x-6)$的单调减区间是__________________.

4.函数.$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+\ln x$ 在$[\frac{1}{e},e]$上的最大值是__________________.

5. 设函数 $f(x)=\frac{k-2^x}{1+k\cdot 2^x}$，则 $k=-1$ 是函数 $f(x)$为奇函数的条件_______(选填“充分不必要、必要不充分、既不充分又不必要、充要”之一)

6.4 位学生和 1 位老师站成一排照相，若老师站中间，男生甲不站最左端，男生乙不站最右端，则不同排法的种数是_______ .

7. 已知$x^5=a_0+a_1(x+1)+a_2(x+1)^2+a_3(x+1)^3+a_4(x+1)^4+a_5(x+1)^5$，则 $a_4=$_______ .

8. 方程$\log_2(2-x)+\log_2(3-x)=\log_2 12$ 的解 $x=$_______.

9. 已知正整数 m 的 3 次幂有如下分解规律：$1^3=1$；$2^3=3+5$；

$3^3=7+9+11$；　　$4^3=13+15+17+19$；…若$m^3(m\in N_+)$的分解中最小的数为91，则 m 的值为______ .

10. 已知函数$f(x)=\begin{cases}x^2-4ax+2(x<1)\\ \log_a x(x\geqslant 1)\end{cases}$，在区间$(-\infty,+\infty)$上是减函数，则 a 的取值范围为______ .

11. 已知 $f(x)$是定义在 R 上的偶函数，并满足 $f(x+2)=-\frac{1}{f(x)}$，当 $1\le x<2$ 时，$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(2-x)$，则 $f(6.5)=$______.

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}(\frac{1}{2})^x+1,x\geq 1\\ \frac{3x}{2},0<x<1\end{cases}$，若函数 $g(x)=f(x)-k$ 有两不同的零点，则实数 k 的取值范围是______ .

13. 已知集合 A 是函数 $y=\lg(20+8x-x^2)$的定义域，集合 B 是不等式$x^2-2x+1-a^2\geq 0(a>0)$的解集，p：$x\in A$，q：$x\in B$，

(1)若 $A\cap B=\varphi\varnothing$，求 a 的取值范围；

(2)若 $\neg p$ 是 q 的充分不必要条件，求 a 的取值范围.

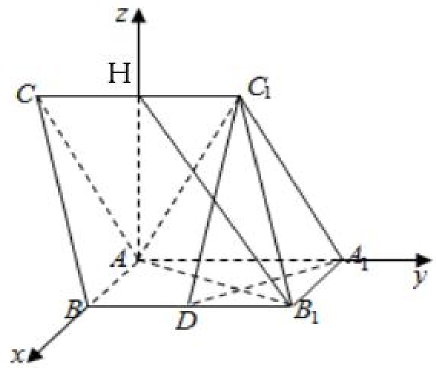
14. 已知函数 $f(x)=x^2-2ax+1(a\in R)$在$[2,+\infty)$上单调递增，
(1)若函数 $y=f(2^x)$有实数零点，求满足条件的实数 a 的集合 A；
(2)若对于任意的 $a\in[1,2]$时，不等式 $f(2^{x+1})>3f(2^x)+a$ 恒成立，求 x 的取值范围.

15. 甲、乙两人轮流射击，每人每次射击一次，先射中者获胜，射击进行到有人获胜或每人都已射击 3 次时结束.设甲每次射击命中的概率为$\frac{2}{3}$，乙每次射击命中的概率为$\frac{2}{5}$，且每次射击互不影响，约定由甲先射击.
(Ⅰ)求甲获胜的概率；
(Ⅱ)求射击结束时甲的射击次数 X 的分布列和数学期望 $E(X)$.

16. 在如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$中，侧面 $AA_1C_1C\perp$侧面 ABB_1A_1，$AC=AA_1=\sqrt{2}AB$，$\angle AA_1C_1=60^{\circ}$，$AB\perp AA_1$，$H$ 为棱 CC_1的中点，D 在棱 BB_1上，且$A_1D\perp$平面 AB_1H.

(Ⅰ)求证：D 为 BB_1的中点；

(Ⅱ)求二面角C_1-A_1D-A 的余弦值.



2018-2019 第二学期高二数学期末复习保温练习（2）

班级___________　　学号_________　　姓名_______________　　自我评价 _______

1. 设集合 $A=\{2,4\}$，$B=\{a^2,2\}$.其中 $a<0$，若 $A=B$，则实数 $a=$________．-2

2. 命题“若 $a=b$，则 $a\geq b$”的逆否命题是______．若 $a<b$，则 $a\neq b$

3. 函数 $f(x)=log_{\frac{1}{2}}(-x^2+5x-6)$的单调减区间是______．$(2,\frac{5}{2})$

解：记 $u(x)=-x^2+5x-6=-(x-\frac{5}{2})^2+\frac{1}{4}$，$f(x)$的定义域为$(2,3)$，

而二次函数 $u(x)$图象的对称轴为 $x=\frac{5}{2}$.

根据复合函数单调性的判断规则，单调性分类如下：

①当 $x\in(2,\frac{5}{2})$时，$u(x)$单调递增，$f(x)=log_{\frac{1}{2}}u(x)$单调递减；

②当 $x\in(\frac{5}{2},3)$时，$u(x)$单调递减，$f(x)=log_{\frac{1}{2}}u(x)$单调递增，

4.函数.$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+\ln x$ 在$[\frac{1}{e},e]$上的最大值是______．$-\frac{1}{2}$

解：$f'(x)=-x+\frac{1}{x}=\frac{(1-x)(1+x)}{x}$，$x\in[\frac{1}{e},e]$，令 $f'(x)>0$，解得：$\frac{1}{e}\leq x<1$，

令 $f'(x)<0$，解得：$1<x\leq e$，故 $f(x)$在$[\frac{1}{e},1)$递增，在$(1,e]$递减，故 $f(x)_{max}=f(1)=-\frac{1}{2}$.

5. 设函数 $f(x)=\frac{k-2^x}{1+k\cdot 2^x}$，则 $k=-1$ 是函数 $f(x)$为奇函数的条件______(选填“充分不必要、必要不充分、既不充分又不必要、充要”之一)　充分不必要

解：若 $k=-1$，则函数 $f(x)=\frac{k-2^x}{1+k\cdot 2^x}$化为 $f(x)=\frac{2^x+1}{2^x-1}$，定义域为$\{x|x\neq 0\}$，且满足 $f(-x)=\frac{2^{-x}+1}{2^{-x}-1}=\frac{\frac{1+2^x}{2^x}}{\frac{1-2^x}{2^x}}=-\frac{2^x+1}{2^x-1}=-f(x)$．∴函数 $f(x)$为奇函数；

由函数 $f(x)=\frac{k-2^x}{1+k\cdot 2^x}$，可得 $f(-x)+f(x)=0$，即$\frac{k-2^x}{1+k\cdot 2^x}+\frac{k-2^{-x}}{1+k\cdot 2^{-x}}=0$，即 $k=1$ 或 $k=-1$.

∴ $k=-1$ 是函数 $f(x)$为奇函数的充分不必要条件．

6.4 位学生和 1 位老师站成一排照相，若老师站中间，男生甲不站最左端，男生乙不站最右端，则不同排法的种数是______ ．14 种

解：第一类，男生甲在最右端，其他人全排，故有$A_3^3=6$ 种，

第二类，男生甲不在最右端，男生甲有两种选择，男生乙也有两种选择，其余 2 人任意排，故有$A_2^1A_2^1A_2^2=8$，根据分类计数原理可得，共有 $6+8=14$ 种．故答案为 14 种．

7. 已知$x^5=a_0+a_1(x+1)+a_2(x+1)^2+a_3(x+1)^3+a_4(x+1)^4+a_5(x+1)^5$，则$a_4=$______ ．$-5$

解：$x^5=[(x+1)-1]^5\ =C_5^0(x+1)^5+C_5^1(x+1)^4(-1)+C_5^2(x+1)^3(-1)^2$
$+C_5^3(x+1)^2(-1)^3+C_5^4(x+1)^1(-1)^4+C_5^5(-1)^5$

而$x^5=a_0+a_1(1+x)+a_2(1+x)^2+\ldots+a_5(1+x)^5$，所以$a_4=C_5^1\times(-1)=-5$．故答案为：$-5$．

8. 方程$\log_2(2-x)+\log_2(3-x)=\log_2 12$ 的解 $x=$______．-1

解：∵方程$\log_2(2-x)+\log_2(3-x)=\log_2 12$，

$\therefore\begin{cases}2-x>0\\3-x>0\\(2-x)(3-x)=12\end{cases}$，即$\begin{cases}x<2\\x^2-5x-6=0\end{cases}$，解得 $x=-1$.

9. 已知正整数 m 的 3 次幂有如下分解规律：$1^3=1$；$2^3=3+5$；
$3^3=7+9+11$；　　$4^3=13+15+17+19$；…若$m^3(m\in N_+)$的分解中最小的数为 91，则 m 的值为______ ．10

解:由题意,从2^3到m^3,正好用去从3开始的连续奇数共$2+3+4+\cdots+m=\frac{(m+2)(m-1)}{2}$个，

91 是从 3 开始的第 45 个奇数

当 $m=9$ 时，从2^3到9^3，用去从 3 开始的连续奇数共$\frac{(9+2)(9-1)}{2}=44$个

当 $m=10$ 时，从2^3到10^3，用去从 3 开始的连续奇数共$\frac{(10+2)(10-1)}{2}=54$个. 故 $m=10$.

10. 已知函数 $f(x)=\{\begin{matrix}x^2-4ax+2(x<1)\\\log_a x(x\geqslant 1)\end{matrix}$，在区间$(-\infty,+\infty)$上是减函数，则 a 的取值范围为______ ．$\left[\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right]$

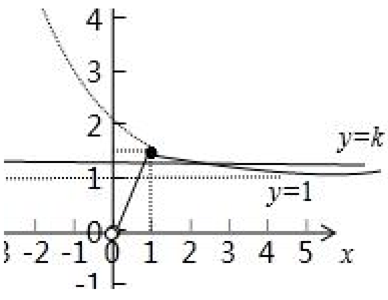
∵函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-4ax+2\ (x<1)\\\log_a x\ (x\geqslant 1)\end{cases}$在区间$(-\infty,+\infty)$上是减函数

∴当 $x<1$ 时，$f(x)=x^2-4ax+2$，二次函数的对称轴为 $x=2a$，在对称轴左侧单调递减，$\therefore 2a\geq 1$，解得 $a\geq\frac{1}{2}$；当 $x\geq 1$ 时，$f(x)=\log_a x$，在 $0<a<1$ 时单调递减；又$1^2-4a+2\geq\log_a 1$，即 $a\leq\frac{3}{4}$；综上，a 的取值范围是$\frac{1}{2}\leq a\leq\frac{3}{4}$.

11. 已知 $f(x)$是定义在 R 上的偶函数，并满足 $f(x+2)=-\frac{1}{f(x)}$，当 $1\leq x<2$ 时，$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(2-x)$，则 $f(6.5)=$______．1

解：由 $f(x+2)=-\frac{1}{f(x)}$得，$f(x+4)=-\frac{1}{f(x+2)}=f(x)$，∴函数 $f(x)$的周期是 4，
$\because f(x)$是定义在 R 上的偶函数，当 $1\leq x<2$ 时，$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(2-x)$,
$\therefore f(6.5)=f(4+2.5)=f(2.5)=f(-4+2.5)$,
$=f(-1.5)=f(1.5)=\log_{\frac{1}{2}}(2-1.5)=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}=1$,

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}(\frac{1}{2})^x+1,x\geq 1\\\frac{3x}{2},0<x<1\end{cases}$，若函数 $g(x)=f(x)-k$ 有两不同的零点，则实数 k 的取值范围是



______ ．$(1,\frac{3}{2})$

解：如图，在同一坐标系中作出函数 $y=f(x)$与 $y=k$ 的图象，由图象易知当 $1<k<\frac{3}{2}$ 时，两函数图象有两个交点．

13. 已知集合 A 是函数 $y=\lg(20+8x-x^2)$的定义域，集合 B 是不等式$x^2-2x+1-a^2\geq 0(a>0)$的解集，p：$x\in A$，q：$x\in B$，

(1)若 $A\cap B=\varphi\varnothing$，求 a 的取值范围；

(2)若 $\neg p$ 是 q 的充分不必要条件，求 a 的取值范围．

解：(Ⅰ)由条件得：$A=\{x|-2<x<10\}$，$B=\{x|x\geq 1+a$ 或 $x\leq 1-a\}$

若 $A\cap B=\varphi$，则必须满足$\begin{cases}1+a\geq 10\\1-a\leq -2\\a>0\end{cases}$，所以，$a$ 的取值范围的取值范围为：$a\geq 9$；

(Ⅱ)易得：$\neg p$：$x\geq 10$ 或 $x\leq -2$，

$\because$ $\neg p$ 是 q 的充分不必要条件，

$\therefore\{x|x\geq 10$ 或 $x\leq -2\}$是 $B=\{x|x\geq 1+a$ 或 $x\leq 1-a\}$的真子集，

则$\begin{cases}10\geq 1+a\\-2\leq 1-a\\a>0\end{cases}$ $\therefore a$ 的取值范围的取值范围为：$0<a\leq 3$．

14. 已知函数 $f(x)=x^2-2ax+1(a\in R)$在$[2,+\infty)$上单调递增，

(1)若函数 $y=f(2^x)$有实数零点，求满足条件的实数 a 的集合 A；

(2)若对于任意的 $a\in[1,2]$时，不等式 $f(2^{x+1})>3f(2^x)+a$ 恒成立，求 x 的取值范围．

解：(1)函数 $f(x)=x^2-2ax+1$ 在 $a\in R$ 单调递增区间是$[a,+\infty)$，

因为 $f(x)$在$[2,+\infty)$上单调递增，所以 $a\leq 2$；

令$2^x=t(t>0)$，则 $f(2^x)=f(t)=t^2-2at+1(t>0)$，

函数 $y=f(2^x)$有实数零点，即：$y=f(t)$在$(0,+\infty)$上有零点，

只需：$\begin{cases}\Delta=4a^2-4\geq 0\\a>0\end{cases}$，解得 $a\geq 1$．综上：$1\leq a\leq 2$，$\therefore A=\{a|1\leq a\leq 2\}$．

(2)$f(2^{x+1})>3f(2^x)+a$ 化简得$(2^{x+1}-1)a+2^{2x}-2>0$，

因为对于任意的 $a\in A$ 时，不等式 $f(2^{x+1})>3f(2^x)+a$ 恒成立，

即对于 $1\leq a\leq 2$ 不等式$(2^{x+1}-1)a+2^{2x}-2>0$ 恒成立，

设 $g(a)=(2^{x+1}-1)a+2^{2x}-2(1\leq a\leq 2)$，

$\therefore\begin{cases}g(1)>0\\g(2)>0\end{cases}$，即$\begin{cases}2^{x+1}-1+2^{2x}-2>0\\2(2^{x+1}-1)+2^{2x}-2>0\end{cases}$

$\therefore$解得$2^x>1$，$\therefore x>0$，综上，满足条件的 x 的范围为$(0,+\infty)$．

15. 甲、乙两人轮流射击，每人每次射击一次，先射中者获胜，射击进行到有人获胜或每人都已射击 3 次时结束.设甲每次射击命中的概率为$\frac{2}{3}$，乙每次射击命中的概率为$\frac{2}{5}$，且每次射击互不影响，约定由甲先射击.

(Ⅰ)求甲获胜的概率；

(Ⅱ)求射击结束时甲的射击次数 X 的分布列和数学期望 $E(X)$.

解：(Ⅰ)记甲第 i 次射击中获胜的概率为$A_i(i=1,2，3)$，

则A_1，A_2，A_3彼此互斥，甲获胜的概率为$A_1+A_2+A_3$.

$P(A_1)=\frac{2}{3}$，$P(A_2)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{15}$，$P(A_3)=(\frac{1}{3})^2\times(\frac{3}{5})^2\times\frac{2}{3}=\frac{2}{75}$.

$\therefore P(A_1+A_2+A_3)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)=\frac{2}{3}+\frac{2}{15}+\frac{2}{75}=\frac{62}{75}$.

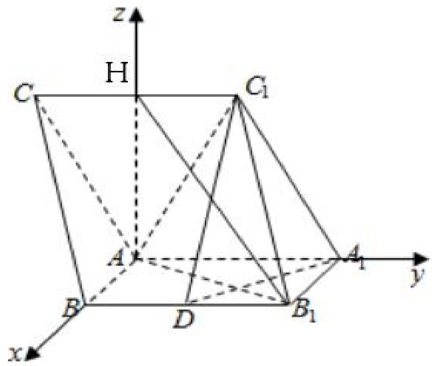
(Ⅱ)X 所有可能取值为 1，2，3.

$P(X=1)=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{5}$,
$P(X=2)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$,
$P(X=3)=(\frac{1}{3})^2\times(\frac{3}{5})^2\times 1=\frac{1}{25}$.
所以 X 的分布列为：

X	1	2	3
P	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{1}{25}$

$\therefore E(X)=1\times\frac{4}{5}+2\times\frac{4}{25}+3\times\frac{1}{25}=\frac{31}{25}$.

16. 在如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$中，侧面 AA_1C_1C 丄侧面 ABB_1A_1，$AC=AA_1=\sqrt{2}AB$，$\angle AA_1C_1=60^{\circ}$，$AB\perp AA_1$，$H$ 为棱 CC_1的中点，D 在棱 BB_1上，且A_1D 丄平面 AB_1H.
(Ⅰ)求证：D 为 BB_1的中点；
(Ⅱ)求二面角C_1-A_1D-A 的余弦值.



解(Ⅰ)证明：连接 AC_1，$\because AC=AA_1$，$\angle AA_1C_1=60°$，
$\therefore$三角形 ACC_1是正三角形，$\because H$ 是 CC_1的中点，
$\therefore AH\perp CC_1$，从而 $AH\perp AA_1$，
$\because$侧面 AA_1C_1C 丄侧面 ABB_1A_1，面 $AA_1C_1C\cap$侧面 $ABB_1A_1=AA_1$，$AH\subset$平面 AA_1C_1C，$\therefore AH\perp ABB_1A_1$，
以 A 为原点，建立空间直角坐标系如图，
设 $AB=\sqrt{2}$，则 $AA_1=2$，则$A_1(0,2,0)$，$B_1(\sqrt{2},2,0)$，$D(\sqrt{2},t,0)$，则$\overrightarrow{AB_1}=(\sqrt{2},2,0)$，$\overrightarrow{A_1D}=(\sqrt{2},t-2,0)$，
$\because A_1D$ 丄平面 $AB_1H.AB_1\subset$平面 $AB_1H.\therefore A_1D$ 丄 AB_1，
则$\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{A_1D}=(\sqrt{2},2,0)\cdot(\sqrt{2},t-2,0)=2+2(t-2)=2t-2=0$，得 $t=1$，
即 $D(\sqrt{2},1,0)$，$\therefore D$ 为 BB_1的中点；
(2)$C_1(0,1,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{A_1D}=(\sqrt{2},-1,0)$，$\overrightarrow{A_1C_1}=(0,-1,\sqrt{3})$，设平面$C_1A_1D$ 的法向量为$\vec{m}=(x,y,z)$，则由$\vec{m}\cdot\overrightarrow{A_1D}=\sqrt{2}x-y=0)$，$\vec{m}\cdot\overrightarrow{A_1C_1}=-y+\sqrt{3}z=0$，得$\begin{cases}y=\sqrt{2}x\\ z=\frac{\sqrt{6}}{3}x\end{cases}$，
令 $x=3$，则 $y=3\sqrt{2}$，$z=\sqrt{6}$，$\vec{m}=(3,3\sqrt{2},\sqrt{6})$，显然平面$A_1DA$ 的法向量为$\vec{n}=\overrightarrow{AH}=(0,0,\sqrt{3})$，则 $\cos<\vec{m},\vec{n}>=\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{33}\cdot\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{22}}{11}$,
即二面角C_1-A_1D-A 的余弦值是$\frac{\sqrt{22}}{11}$.