

分段函数

目标解析

1. 了解分段函数的定义.
2. 掌握分段函数的性质与应用.
3. 利用分段函数的图象解决与之相关的零点问题.
4. 能处理分段函数与其他知识点的交汇问题.



考题导航

题组一 分段函数的性质与应用

1. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (a-2)x, & x \geq 2, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1, & x < 2, \end{cases}$ 且对任意的实数 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ 成立, 则实数 a 的取值范围为_____.

2. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = x^3 - 1$; 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $f(-x) = -f(x)$; 当 $x > \frac{1}{2}$ 时, $f\left(x + \frac{1}{2}\right) = f\left(x - \frac{1}{2}\right)$, 则 $f(6) =$ _____.

3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + x, & x \leq 1, \\ \log_{\frac{1}{3}} x, & x > 1, \end{cases}$ 若对任意 $x \in \mathbf{R}$, 不等式 $f(x) \leq 2m^2 - \frac{7}{4}m$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是_____.

跟踪练习

1. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上且周期为 2 的函数, 在区间 $[-1, 1)$ 上, $f(x) = \begin{cases} x+a, & -1 \leq x < 0, \\ \left|\frac{2}{5}-x\right|, & 0 \leq x < 1 \end{cases}$ (其中 $a \in \mathbf{R}$), 若 $f\left(-\frac{5}{2}\right) = f\left(\frac{9}{2}\right)$, 则 $f(5a)$ 的值是_____.

题组二 分段函数的图像与零点

1. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |x|, & x \leq m, \\ x^2 - 2mx + 4m, & x > m \end{cases}$ (其中 $m > 0$), 若存在实数 b , 使得关于 x 的方程 $f(x) = b$ 有三个不同的实数根, 则实数 m 的取值范围是_____.
2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & x \geq 0, \\ -2x, & x < 0, \end{cases}$ 若方程 $f(x) - kx = 3$ 有三个相异的实根, 则实数 k 的取值范围是_____.

跟踪练习

1. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x \leq 1, \\ \ln x, & x > 1, \end{cases}$ 若函数 $f(x) = mx - \frac{1}{2}$ 恰有四个不相等的零点, 则实数 m 的取值范围是_____.

题组三 分段函数与其他知识的综合

1. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x, & x \geq 0, \\ 4x - x^2, & x < 0, \end{cases}$ 若 $f(2-a^2) > f(a)$, 则实数 a 的取值范围是_____.

2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -|x^3 - 2x^2 + x|, & x < 1, \\ \ln x, & x \geq 1, \end{cases}$ 若对于任意 $t \in \mathbf{R}$, $f(t) \leq kt$ 恒成立, 则实数 k 的取值范围是_____.

跟踪练习

1. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |x| + 2, & x < 1, \\ x + \frac{2}{x}, & x \geq 1, \end{cases}$ 设 $a \in \mathbf{R}$, 若关于 x 的不等式 $f(x) \geq \left| \frac{x}{2} + a \right|$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

反思悟道
