

2020~2021 学年第一学期高三年级期末考试

数 学 试 卷(理科)

(考试时间:上午7:30——9:30)

说明:本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,答题时间 120 分钟,满分 150 分。

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,请将其字母标号填入下表相应位置)

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答 案												

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 5\}$, 则 $\{1, 2\} =$

A. $A \cap B$

B. $(\complement_U A) \cap B$

C. $A \cap (\complement_U B)$

D. $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$

2. 已知复数 z 满足 $z(1+i) = 2i$, 则复数 $\bar{z} =$

A. $1+i$

B. $-1+i$

C. $-1-i$

D. $1-i$

3. 已知 $a = \pi^{0.2}$, $b = \log_{\pi} 2$, $c = \cos 2$, 则

A. $c < b < a$

B. $b < c < a$

C. $c < a < b$

D. $a < c < b$

4. 在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 内部任取一点 P , 则满足 $\angle APB$ 为钝角的概率为

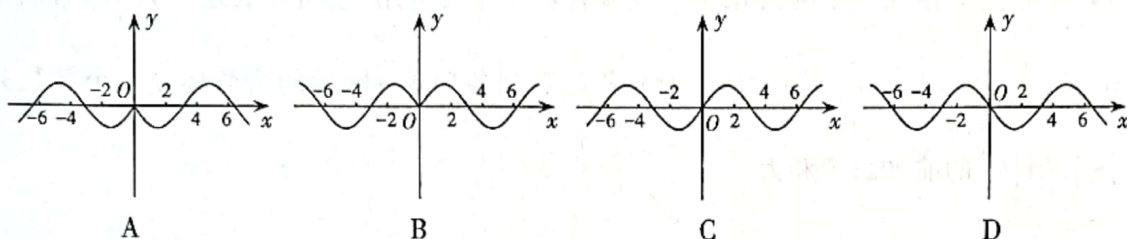
A. $\frac{\pi}{4}$

B. $1 - \frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{8}$

D. $1 - \frac{\pi}{8}$

5. 函数 $f(x) = \left(\frac{2}{1+e^x} - 1 \right) \sin x$ 的图象大致是



6. 一种药在病人血液中的量保持 1500mg 以上才有疗效, 而低于 500mg 病人就有危险. 现给某病人静脉注射了这种药 2500mg , 如果药在血液中以每小时 20% 的比例衰减, 为了保持疗效, 那么从现在起到再次向病人注射这种药的最长时间为 (附: $\lg 2 = 0.3010$, $\lg 3 = 0.4771$, 精确到 0.1h)

- A. 4.2 B. 2.3
C. 8.8 D. 7.2

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, a_{n+m} = a_n \cdot a_m (n, m \in \mathbb{N}^*)$, 若 $a_{k+1} + a_{k+2} + a_{k+3} + a_{k+4} = 480$, 则 $k =$

- A. 3
B. 4
C. 5
D. 6

8. 我国古代数学家秦九韶在《数书九章》中记述了“三斜求积术”,即在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C

所对的边分别为 a, b, c , 则 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2} \sqrt{(ab)^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2}\right)^2}$. 根据此公式,

若 $a\cos B + (b - 2c)\cos A = 0$, 且 $b^2 + c^2 - a^2 = 4$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为

- A. $\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{3}$
C. $\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{2}$

9. 函数 $f(x) = 2\cos|x| - \cos 2x$ 在 $x \in [-\pi, \pi]$ 上的单调增区间为

- A. $\left[-\pi, -\frac{\pi}{3}\right]$ 和 $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$
- B. $\left[-\frac{\pi}{3}, 0\right]$ 和 $\left[\frac{\pi}{3}, \pi\right]$
- C. $\left[-\frac{\pi}{6}, 0\right]$ 和 $\left[\frac{\pi}{6}, \pi\right]$
- D. $\left[-\pi, -\frac{\pi}{6}\right]$ 和 $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$

10. 意大利数学家列昂纳多·斐波那契提出的“兔子数列”: $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89,$

$144, 233, \dots$, 在现代生物及化学等领域有着广泛的应用, 它可以表述为数列 $\{a_n\}$ 满足

$a_1 = a_2 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n (n \in \mathbb{N}^*)$. 若此数列各项被 3 除后的余数构成一个新数列

$\{b_n\}$, 则 $\{b_n\}$ 的前 2021 项和为

A. 2014

B. 2022

C. 2265

D. 2274

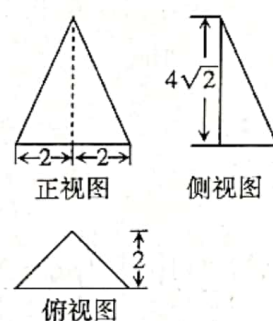
11. 如图是某个四面体的三视图, 则下列结论正确的是

A. 该四面体外接球的体积为 48π

B. 该四面体内切球的体积为 $\frac{2\pi}{3}$

C. 该四面体外接球的表面积为 $32\sqrt{3}\pi$

D. 该四面体内切球的表面积为 2π



12. 已知 x_1, x_2, x_3, x_4 是关于 x 的方程 $|x^2 - 6x + 6| = 1 + t^2$ 的四个不同实数根, 且 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$,

则 $\sqrt{3}(x_4 - x_1) + (x_3 - x_2)$ 的取值范围是

A. $(6\sqrt{2}, 4\sqrt{6}]$

B. $[2\sqrt{2} + 4\sqrt{3}, 4\sqrt{6}]$

C. $(6\sqrt{2}, 2\sqrt{2} + 4\sqrt{3}]$

D. $(6\sqrt{2}, 2 + 2\sqrt{15}]$

2020~2021 学年第一学期高三年级期末考试

数 学 试 卷(理科)

第Ⅱ卷 (非选择题 共90分)

说明:本卷包括必考题和选考题两部分.第13题~第21题为必考题,每个试题考生都必须作答.

第22题~第23题为选考题,考生根据要求作答.

注意事项:

1. 用钢笔或圆珠笔直接答在试题卷中.

2. 答卷前将弥封线内项目填写清楚.

题号	二	三						总分
		17	18	19	20	21	22~23	
得分								

得分	评卷人

二、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分)

13. $(1-2x)^5$ 展开式中 x^3 的系数为_____.

14. 设实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y \geq 0, \\ x+y \geq 2, \\ 3x-y-6 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z=2x+y$ 的最大值为_____.

15. 已知 $\triangle ABC$ 的重心为 G , 过 G 点的直线与边 AB 和 AC 的交点分别为 M 和 N , 若 $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{MB}$,

且 $\triangle AMN$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为 $\frac{25}{54}$, 则实数 $\lambda =$ _____.

16. 已知函数 $f(x) = xe^{x-a} - \ln x$ 在 $[1, +\infty)$ 上的最小值为 1, 若对于任意 $x \in [-2, 1]$, 不等式

$\frac{1}{2}x^2 + \cos ax - m \leq 0$ 恒成立, 则实数 m 的最小值为_____.

三、解答题(本大题共70分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.)

(一)必考题:共60分.

得分	评卷人

17. (本小题满分12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 (n \in \mathbf{N}^*)$, $\{b_n\}$ 是递增等比数列, 且 $b_1 = a_1, b_3 = a_3$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $c_n = a_n \cdot b_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

得分	评卷人

18. (本小题满分12分)

已知 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, $a^2 + b^2 - c^2 - ab = 0$, $\sin(A - B) + \sin C = 2\cos A \cos B$.

(1) 求 A, B, C ;

(2) 若 $a = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

得分	评卷人

19. (本小题满分12分)

2020年1月,我国各地出现了以武汉为中心的新冠肺炎疫情,在全国人民的共同努力下,3月疫情得到初步控制.下表是某地疫情监控机构从3月1日到3月5日每天新增病例的统计数据.

日期 x	1	2	3	4	5
新增病例人数 y	32	25	27	20	16

(1)若3月4日新增病例中有12名男性,现要从这天新增病例中按性别分层抽取5人,再从所抽取的5人中随机抽取2人作流行病学分析,求这2人中至少有1名女性的概率;

(2)该疫情监控机构对3月1日和5日这五天的120位新增病例的治疗过程,进行了跟踪监测,其中病症轻微的只经过一个疗程治愈出院,病症严重的最多经过三个疗程的治疗痊愈出院,统计整理出他们被治愈的疗程数及相应的人数如下表:

疗程数	1	2	3
相应的人数	60	40	20

已知该地疫情未出现死亡病例,现用上述疗程数的频率作为相应事件的概率,该机构要从被治疗痊愈的病例中随机抽取2位进行病毒学分析,记 ξ 表示所抽取的2位病例被治愈的疗程数之和,求 ξ 的分布列及期望.

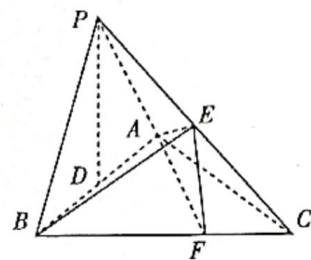
得分	评卷人

20. (本小题满分12分)

如图,在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA = PB = \sqrt{2}$, $AC = BC = PC = \sqrt{5}$, $AB = 2$, 点 D, E 分别为 AB, PC 的中点.

(1) 证明: 平面 $PAB \perp$ 平面 ABC ;

(2) 设点 F 在线段 BC 上, 且 $\overrightarrow{BF} = \lambda \overrightarrow{FC}$, 若二面角 $C-AE-F$ 的大小为 45° , 求实数 λ 的值.



得分	评卷人

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = x^2 + 4x - ae^x(x+1)$ ($a \neq 0$), $g(x) = \ln x - mx + m + 1$ ($m \in \mathbb{R}$).

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若对于任意 $x \in (0, 1]$, 存在 $m \in (-1, 1)$ 使得不等式 $g(x) < f(m)$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

(二)选考题:共10分.请考生在第22、23两题中任选一题做答.如果多做,则按所做的第一题计分.

得分	评卷人

22.(本小题满分10分) 【选修4-4】 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的参数方程为
$$\begin{cases} x = t^2 + \frac{1}{t^2} - 2, \\ y = t - \frac{1}{t} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
以坐标原点

O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$.

(1)求曲线 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程;

(2)设点 P 是曲线 C_1 与 C_2 的公共点,求圆心在极轴上,且经过极点和点 P 的圆的极坐标方程.

得分	评卷人

23. (本小题满分10分) 【选修4-5】 不等式选讲

已知 a, b, c 是三个不全相等的实数.

(1) 证明: $a^2 + b^2 + c^2 > ab + bc + ca$;

(2) 若 $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, 证明: $a + b + c < \sqrt{3}$.

