

立足教材开展探究教学的几点思考

福建省闽清第一中学 (350800) 林 婷

数学探究是学生学习数学的一种基本方式,注重以学生为本,让学生经历知识的自然生成过程,经历发现问题和解决问题的过程,是积累数学活动经验、发展思维培养数学核心素养的重要途径.数学具有高度抽象性的特点,未经过自主体验、感悟与生成的“被告知”或“被模仿”的数学知识,无法在学生的脑海中留下深刻的印象.因此,在课堂教学中,教师应立足教材,以概念、原理、公式、例题等知识为载体,营造民主、和谐的氛围,适时铺设不同形式的探究之路,最大限度地开发学生的潜能,调动学生探索的热情,引导学生在不断的思考、探究与追问中自然地实现课堂的有效生成.以下笔者结合多年的数学教学实践,谈谈立足教材开展探究性教学的几点体会.

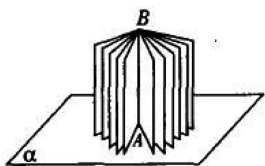
1 创设情境,唤起探究热情

数学知识具有高度凝练性、抽象性等特点,特别是数学的高度抽象性让学生难以体会到数学知识的意蕴,难以体会当初数学家发明创造时的“火热的思考”.创设源于学生生活的情境会让学生更有亲近感,以此为载体的数学知识也最能给学生留下深刻的印象.因此,在数学课堂教学中,教师应在学生的“最近发展区”精心创设思考价值的问题情境,引发学生强烈的“欲达彼岸”的心理需求与“乐此不疲”的求知欲,推动学生在具体情境中参与探究,从而实现“精彩地铺垫,自然地生成”.

案例1 高中数学新教材(人教A版)必修第二册“直线与平面垂直的定义”引入.

问题1 在“直线与平面平行”学习中,我们将“直线与平面平行”转化成“直线与直线平行”研究,体现了“平面化”与“降维”思想.那么,“直线与平面垂直”是否也可以转化成直线与某些元素之间的关系进行研究呢?

教师将书本竖放在讲台上(如图1),又提出如下问题.



万方数据

图1

问题2 请同学们打开数学课本,把它直立在桌面上,观察书脊所在的直线与桌面有怎样的位置关系?

问题3 为了使书脊与桌面 α 垂直,书脊所在直线的 AB 与各书页和桌面交线具有什么样的位置关系?

问题4 为了使书脊与桌面 α 垂直,书脊所在的直线 AB 与桌面上任一条不过点 A 的直线有什么样的位置关系?为什么?

问题5 通过以上的观察,你认为应怎样定义直线与平面垂直?

设计“问题情境”不仅仅是为了引出话题,更应该蕴含数学思想方法和数学本质.案例1精心创设可望、可及、直抵问题本质的真实情境,问题1渗透类比、转化与降维思想,问题2让学生感知直线与平面垂直的典型实例,问题3和问题4分别点出了直线 AB 与平面 α 内的直线的两种垂直关系(相交垂直与异面垂直),问题设计简洁精炼却直抵数学本质,不仅让学生找到了知识的生长点,而且有效刺激了学生的大脑,唤起了学生探究的欲望.教师在学生已有的知识水平和生活经验的前提下,引导学生主动、深层次地参与到问题解决的过程中,让学生经历观察、实验、分析、抽象、概括的过程.通过师生、生生之间实质性的探究活动,催生了建构概念的智慧,“直线与平面垂直”定义的生成已是水到渠成.

2 激活过程,体验探究乐趣

在课堂教学中,教师的任务不是把现成的知识灌输给学生,而应该让学生体验知识的产生与发展过程.因此,教师要围绕课堂教学目标,在了解学生已有数学活动经验的基础上,通过平等对话、沟通交流,激发学生学习数学的热情.通过观察、操作、分析、比较、归纳、猜想、验证等数学思维活动,引领学生在概念的形成过程、定理的推导过程、结论的揭示过程中把研究的事物从某种角度看待的本质属性抽取出来,让学生经历完整的数学抽象过程,提升学生的数学抽象素养.

案例2 高中数学新教材(人教A版)必修第二册“二面角”概念的教学片断.

师:同学们在初中已经学习了角的概念,回顾

一下角是怎么定义的?

生(众):从平面上的一个定点引出两条射线,这个定点与两条射线所组成的图形称为角。

师:请大家模仿平面几何中角的概念来定义二面角。

生1:把角的概念类比到空间,定点则变成了定直线(即棱),由定点引出的两条射线就变成从这条棱引出的两个半平面。

师:很好!我们把角的定义中的每一个元素升级到空间中的元素,就得到了“二面角”的概念。大家来观察一下多媒体中不同形状的二面角模型(教师多媒体展示二面角的各种模型,以加深学生对二面角概念的理解)。

师:我们应该如何刻画二面角的大小呢?想一想生活中有否存在二面角的实际模型?

生2:教室的墙面与地面、打开的笔记本电脑、翻开的课本都是二面角的空间模型。

师:对,请大家转动课本的书页,思考应该怎样度量二面角的大小?

(学生探究、讨论)

生3:二面角既然称为“角”,就能够用一个确定的平面角来刻画。

师:不错!哪一个平面角能担负此重任呢?

师(见一些学生感到茫然,教师追问):平面角的顶点应落在哪一个位置?角的两条射线该如何放置,才能合理地刻画二面角呢?

(教师让每个学生拿出一张纸,引导学生动手操作:纸对折后是一个二面角,过棱上的一点在两个半平面内尝试各画一条射线,然后让学生观察如何刻画二面角的平面角。小组合作探究、交流。)

生4:如图2,在棱 l 上取一点 O ,在半平面 α, β 内分别作射线 OA, OB ,使 $OA \perp l, OB \perp l$,则射线 OA, OB 所组成的 $\angle AOB$ 能够度量其大小。

师:点 O 是如何确定的?能否在 l 上取其他的点呢?

生5:应该可以,我在棱 l 上再取点 O' ,在半平面 α, β 内作射线 $O'A, O'B$,使 $O'A \perp l, O'B \perp l$,依等角定理可知, $\angle AOB = \angle AO'B$,因此这样作出的角与点 O 在棱 l 上的位置是无关的。

师:概括到位!如果把把这个角叫做二面角的平面角,大家觉得合适吗?

生6:我在棱 l 上取一点 O ,在半平面 α, β 内分别作射线 OA, OB ,使得 OA, OB 与直线 l 的夹角都为 60° ,射线 OA, OB 所组成的 $\angle AOB$ 也是确定的,所以我认为 $\angle AOB$ 也可以度量二面角大小。

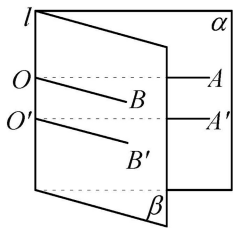


图2

师:生6说得也有道理!哪一种作法更恰当呢?

师(见没有学生发言,教师进一步追问):请大家将二面角的一个半平面放在桌面上,把另一个半平面绕着棱 l 转动,当两个半平面重合时,它们都落在桌面上,此时平面角分别为多少?

(学生操作、思考)

生7:当两个半平面都落在桌面时,平面角是 180° ;当两个半平面重合时,平面角是 0° 。只有当 $OA \perp l, OB \perp l$ 时,作射线 OA, OB 组成的角 $\angle AOB$ 才是 0° 和 180° 。因此当 $OA \perp l, OB \perp l$ 时, $\angle AOB$ 表示二面角的平面角最合适。

师:生7分析很透彻!同学们一起来归纳“二面角的平面角”定义。……

“二面角”的概念是一个难点,突破难点的关键是利用某些具体材料进行铺垫,当学生大脑中有了直观的雏形后,教师再引导学生探究,从具体到抽象、从现象到本质,让学生参与概念建构的全过程。案例2中,教师为学生营造平等的对话时空,并扮演好“穿针引线”的角色,引导学生观察、分析,操作、交流,把学习新知的过程,变成学生“再发现”、“再创造”的过程。通过深度探究,一个个疑惑点的探析与破解,学生亲身经历“二面角的平面角”概念的建构过程,不仅掌握了研究问题的方法,而且品尝了“数学发现”的心路历程。思维对话的过程,正是学生的思想经过激烈的分歧和斗争,不断地融合统一,进而实现升华的过程。在此过程中,实现了由形到数、由具体到抽象的转化。通过这样的深度学习,学生对数学知识本质的理解才能更自然、更深刻,数学核心素养的培养方能落地。

3 拓展教材例题,深化探究能力

教材中的例(习)题是经过专家精心构思、反复推敲之后选定的,具有起点低、入口宽、视角开放等特点,为教师科学合理地实施课堂教学提供了典型范例。在数学课堂教学中,教师在引导学生完成例(习)题的学习后,要有意识地引导学生对问题多角度、多层次地进行引申、拓展,为学生提供教科书之外的广阔的探究空间,从而激发学生的学习动力,使学生的思维提高到一个由例及类的档次,达到一题串一簇,一题联一线的境地。经常这样做,学生身上就能喷发出创新的“火花”,数学核心素养才能得到真正的提升。

案例3 高中数学新教材(人教A版)数学必修第一册第101页复习参考题3第8题。

证明:(1)若 $f(x) = ax + b$,则 $f(\frac{x_1 + x_2}{2}) = \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$;

$$(2) \text{ 若 } g(x) = x^2 + ax + b, \text{ 则 } g\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \leq \frac{g(x_1) + g(x_2)}{2}.$$

为了深度挖掘本题目背后所蕴涵的思想,展现其本质属性,教师有意将该题留在学生学习了指数函数与对数函数后的复习课中,引导学生探究. 学生证明了本题后,教师又列举了几类函数,引导学生归纳出结论:

$$(1) \text{ 对于任意的 } x_1, x_2 \in \mathbf{R}, \text{ 若函数 } f(x) = 3^x, \text{ 则 } f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \leq \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2};$$

$$(2) \text{ 对于任意的 } x_1, x_2 \in (0, +\infty), \text{ 若函数 } f(x) = \log_2 x, \text{ 则 } f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \geq \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2};$$

$$(3) \text{ 对于任意的 } x_1, x_2 \in (0, +\infty), \text{ 若函数 } f(x) = \sqrt{x}, \text{ 则 } f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \geq \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}.$$

然后,教师请学生画出这几类函数的图像,引导学生探究更一般的结论. 学生通过总结,提炼出了凹凸函数的性质:

若定义在区间 I 上的函数 $y = f(x)$ 是凹函数,则对 $x_1, x_2 \in I$, 有 $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \leq \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$ (如图 3); 若定义在区间 I 上的函数 $y = f(x)$ 是凸函数,则对 $x_1, x_2 \in I$, 有 $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \geq \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$ (如图 4).

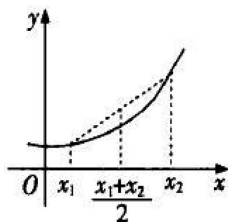


图 3

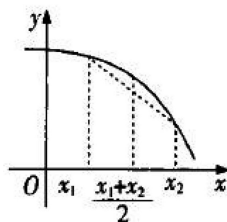


图 4

通过挖掘习题的教学功能,引导学生进行有序、科学地探究,有助于学生理解所学知识,领悟蕴涵其中的数学思想方法,生成新的“生长点”;有助于培养学生独立思考、主动探究的学习习惯,引领学生从表层学习走向深度学习,提升数学抽象、逻辑推理、数学建模型等数学核心素养.

数学探究为学生提供了一个协同学习、互动交流的机会,有利于数学知识的“再发现”、“再创造”,有利于学生思维的深层参与,是现实且有效的学习方式. 在数学课堂教学中,教师应充分发挥教材的隐性价值,富有创造性地使用教材资源,适时引导学生开展有序、科学的探究活动,引领学生在交流中探究,在探究中创新,使学生获得非预期的生成性发展,让数学核心素养落地生根.

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部制定. 普通高中数学课程标准(2017年版)[M]. 北京:人民教育出版社,2018.
- [2] 吴洪生. 以问题驱动探究,促进学生能力提升[J]. 中学数学月刊. 2018(8):4—8.

数学课堂教学中培养学生理性精神的几点做法^{*}

江苏省江阴市第一初级中学 (214400) 钟珍玖

数学课堂教学应该在类比、归纳、猜想中培养严密逻辑思维能力,形成科学精神,在探究、发现、问题解决中培养学生独立思考的习惯,在提倡问题开放、思维发散和多样性中培养自由思想,在大胆质疑中追求真理,让核心素养在课堂教学中的落地生根.

1 关于理性精神

在哲学中,理性是指人类能够运用理智的能力. 相对于感性的概念,它通常指人类在审慎思考后,以推理方式,推导出结论的这种思考方式. 从数学发展

史来看,数学被看成一种理性的解释系统,为数学创造了不依赖现实世界的思维创造系统,所以 M. 克莱因认为“在最广泛的意义上说,数学是一种精神,一种理性精神. 正是这种精神,使得人类的思维得以运用到最为完善的程度,亦正是这种精神,试图决定性地影响人类的物质、道德和社会生活,试图回答有关人类自身存在提出的问题,努力去理解和控制自然,尽力去探求和确立已经获得知识的最深刻的和最完美的内涵.”从数学本身的特点来看,数学的严谨性和逻辑

^{*} 基金项目:本文系江苏省“十三五”规划课题《初中数学概念教学中培养学生数学抽象能力的实践研究》(D/2020/02/285)的阶段研究成果.