高一数学小练（十）

一、选择题（本大题共 6 小题，共 30.0 分）

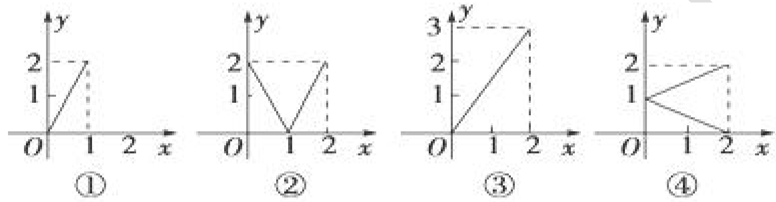
1. 已知集合 $M=\{x|-1<x<3\}$，$N=\{x|-2<x<1\}$，则 $M\cap N=$（　　）

A. $(-2,1)$　　B. $(-1,1)$　　C. $(1,3)$　　D. $(-2,3)$

2. 若函数 $f(x)$ 的定义域是[0，1]，则函数 $f(2x)+f(x+\frac{1}{3})$ 的定义域为（　　）

A. $[-\frac{1}{3},\frac{2}{3}]$　　B. $[-\frac{1}{3},\frac{1}{2}]$　　C. $[0,\frac{1}{2}]$　　D. $[0,\frac{1}{3}]$

3. 设集合 $M=\{x|0\le x\le 2\}$，$N=\{y|0\le y\le 3\}$．下列四个图象中能表示从集合 M 到集合 N 的函数关系的有（）



A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

4. 给出四个结论：

①{1，2，3，1}是由 4 个元素组成的集合

②集合{1}表示仅由一个“1”组成的集合

③{2，4，6}与{6，4，2}是两个不同的集合

④集合{大于 3 的无理数}是一个有限集

其中正确的是()

A. 只有③④　　B. 只有②③④　　C. 只有①②　　D. 只有②

5. 已知关于 x 的不等式 $kx^2-6kx+k+8\ge 0$ 对任意 $x\in R$ 恒成立，则 k 的取值范围是（　　）

A. $0\le k\le 1$　　B. $0<k\le 1$　　C. $k<0$ 或$k>1$　　D. $k\le 0$ 或$k\ge 1$

6. 若函数 $f(x)=\begin{cases}a^x,\ x\ge 1\\(4-\frac{a}{2})x+2,\ x<1\end{cases}$且满足对任意的实数 $x_1\ne x_2$ 都有$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$ 成立，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $(1,+\infty)$　　B. $(1,8)$　　C. $(4,8)$　　D. $[4,8)$

二、填空题（本大题共 3 小题，共 15.0 分）

7. 函数$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2+x}}+(x-1)^0$的定义域是______．

8. 函数 $y=|x^2-4x|$的单调减区间为______．

9. 若$log_a\frac{2}{3}<1$，则 a 的取值范围是____________.

三、解答题（本大题共 2 小题，共 24.0 分）

10. 设 a 是实数，$f(x)=a-\frac{2}{2^x+1}(x\in R)$.

（1）当 $f(x)$ 为奇函数时，求 a 的值；

（2）证明：对于任意 a，$f(x)$ 在 R 上为增函数．

11. 设 $f(x)=x^2-2x$，$x\in[t, t+1]$（$t\in R$），函数 $f(x)$ 的最小值为 $g(t)$

（1）求 $g(t)$ 的解析式.

（2）求函数 $g(t)$ 的值域.

答案和解析

1.【答案】*B*

【解析】

解：M={x|-1＜x＜3}，N={x|-2＜x＜1}，

则 M∩N={x|-1＜x＜1}，

故选：B

根据集合的基本运算即可得到结论.

本题主要考查集合的基本运算，比较基础.

2.【答案】*C*

【解析】

解：因为函数 f(x)的定义域为[0，1]，

则 $0\le 2x\le 1$，且 $0\le x+\frac{1}{3}\le 1$，即 $0\le x\le \frac{1}{2}$，且 $-\frac{1}{3}\le x\le \frac{2}{3}$，

解得 $0\le x\le \frac{1}{2}$，

所以函数 $f(2x)+f(x+\frac{1}{3})$的定义域为$[0，\frac{1}{2}]$.

故选：C.

由函数 f(x)的定义域可得 $0\le 2x\le 1$，且 $0\le x+\frac{1}{3}\le 1$，求出 x 的范围就是函数 $f(2x)+f(x+\frac{1}{3})$的定义域..

本题考查抽象函数的定义域，注意函数的自变量的取值范围，属于基础题.

3.【答案】*C*

【解析】

【分析】

根据函数的定义，对照各个图象可得：图①中集合 M 中属于区间(1，2]内的元素没有象，不符合题意；图④中集合 M 的一个元素对应 N 中的两个元素，也不符合题意；图③中，对于 M 中元素 2，N 中无元素与之对应图；②都满足 M 中任意一个元素，N 中有唯一元素与之对应，符合题意．本题考查的是函数的概念和函数图象的综合类问题．在解答时充分体现了函数概念的知识、函数图象的知识以及问题转化的思想，属于中档题.

【解答】

解：由题意知：$M=\{x|0\le x\le 2\}$，$N=\{y|0\le y\le 3\}$，

对于图①中，在集合 M 中区间(1，2]内的元素没有象，比如 f(1.5)的值就不存在，所以图①不符合题意；

对于图②中，对于 M 中任意一个元素，N 中有唯一元素与之对应，符合函数的对应法则，故②正确；

对于图③中，对于 M 中任意一个元素，N 中有唯一元素与之对应，故③正确；

对于图④中，集合 M 的一个元素对应 N 中的两个元素．比如当 $x=1$ 时，有两个 y 值与之对应，不符合函数的定义，故④不正确．

故选 B．

4.【答案】*D*

【解析】

解：对于①集合中元素的互异性可知判，①是不正确的．

对于②集合的定义判断②是正确的；

对于③集合中元素的无序性判断③$\{2，4，6\}$与$\{6，4，2\}$是两个不同的集合，是不正确的；

对于④集合{大于 3 的无理数}是一个有限集，集合中元素的个数是无数的，所以④是不正确的．

只有②正确．

故选 D．

5.【答案】*A*

【解析】

解：当 $k=0$ 时，不等式 $kx^2-6kx+k+8\ge 0$ 化为 $8\ge 0$ 恒成立，

当 $k<0$ 时，不等式 $kx^2-6kx+k+8\ge 0$ 不能恒成立，

当 $k\ge 0$ 时，要使不等式 $kx^2-6kx+k+8\ge 0$ 恒成立，

需$\Delta=36k^2-4(k^2+8k)\le 0$，

解得$0\le k\le 1$，

综上$0\le k\le 1$．

故选：A．

对k进行分类讨论，当k=0时恒成立，k＜0时不等式不能恒成立，当k＞0时，只需△≤0求得k的范围，最后综合得到答案.

本题主要考查了二次函数的性质. 考查了学生分类讨论思想，数形结合思想以及不等式的相关知识.

6.【答案】*D*

【解析】

解：∵对任意的实数 $x_1 \neq x_2$ 都有 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$ 成立，

∴函数 $f(x)=\begin{cases} a^x, x \geq 1 \\ (4-\frac{a}{2})x+2, x<1 \end{cases}$ 在R上单调递增，

∴ $\begin{cases} a>1 \\ 4-\frac{a}{2}>0 \\ a \geq 4-\frac{a}{2}+2 \end{cases}$，

解得：$a \in [4, 8)$，

故选：D.

若对任意的实数 $x_1 \neq x_2$ 都有 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$ 成立，则函数 $f(x)=\begin{cases} a^x, x \geq 1 \\ (4-\frac{a}{2})x+2, x<1 \end{cases}$ 在R上单调递增，进而可得答案.

本题考查的知识点是分段函数的应用，正确理解分段函数的单调性，是解答的关键.

7.【答案】$\{x|x>-2$ 且 $x \neq 1\}$

【解析】

解：由题意得：$\begin{cases} 2+x>0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases}$，

解得：$x>-2$ 且 $x \neq 1$，

故答案为：$\{x|x>-2$ 且 $x \neq 1\}$.

根据二次根式的性质以及幂函数的性质得到关于x的不等式组，解出即可.

本题考查了求函数的定义域问题，考查二次根式以及幂函数的性质，是一道基础题.

8.【答案】（-∞，0）、（2，4）

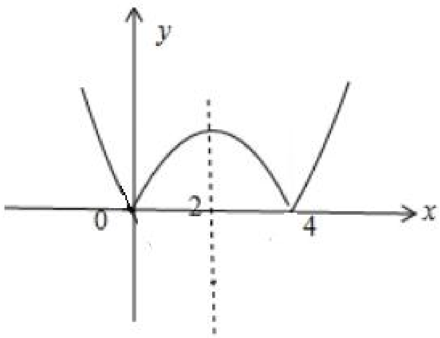
【解析】

【分析】

画出函数 $y=|x^2-4x|$的图象，利用图象写出单调区间．本题考查了函数的单调性，画出图象是关键，属于基础题．

【解答】

解：画出函数 $y=|x^2-4x|$的图象，由图象得单调减区间为：$(-\infty，0)$、$(2，4)$



故答案为：$(-\infty，0)$、$(2，4)$

9.【答案】$(0,\frac{2}{3})\cup(1,+\infty)$

【解析】

解：当 a＞1 时，$log_a\frac{2}{3}<0$，$log_a\frac{2}{3}<1$成立．

当 1＞a＞0 时，$\because log_a\frac{2}{3}<1=log_a^a$，$\therefore$0＜a＜$\frac{2}{3}$.

综上可得，a 的取值范围是$(0,\frac{2}{3})\cup(1,+\infty)$.

故答案为：$(0,\frac{2}{3})\cup(1,+\infty)$.

10.【答案】解：（1）$\because f$（x）为奇函数

$\therefore f$（0）=0，解得 a=1；

（2）证明：设 x_1，$x_2\in R$，x_1＜x_2，

则 f（x_1）-f（x_2）

$=(a-\frac{2}{2^{x_1}+1})-(a-\frac{2}{2^{x_2}+1})$

$=\frac{2}{2^{x_2}+1}-\frac{2}{2^{x_1}+1}$

$=\frac{2(2^{x_1}-2^{x_2})}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}$，

由于指数函数 $y=2^x$在 R 上是增函数，

且 x_1＜x_2，所以2^{x_1}＜2^{x_2}即$2^{x_1}-2^{x_2}$＜0，

又由 2^x＞0，得2^{x_1+1}＞0，2^{x_2+1}＞0，

$\therefore f$（x_1）-f（x_2）＜0 即 f（x_1）＜f（x_2），

所以，对于任意 a，$f(x)$ 在 R 上为增函数.

【解析】

(1)根据奇函数在零处有意义可得 f(0)=0，建立等量关系，求出 a

(2)运用函数的定义判断证明函数的单调性，先在取两个值 x_1，x_2 后进行作差变形，确定符号，最后下结论即可.

本题考查了函数的奇偶性和单调性，函数是描述变量之间关系的数学模型，函数单调性是函数的“局部”性质，属于基础题.

11.【答案】解：（1）$f(x)=x^2-2x$，

∵$f(x)$ 的图象抛物线开口向上，对称轴为直线 $x=1$，

∴当 $t+1\le 1$，即 $t\le 0$ 时，$f(x)$ 在 $[t,t+1]$ 上单调递减，∴当 $x=t+1$ 时，$g(t)=f(t+1)=t^2-1$；

当 $t<1<t+1$，即 $0<t<1$ 时，$g(t)=f(1)=-1$；

当 $t\ge 1$ 时，$f(x)$ 在 $[t,t+1]$ 上单调递增，$g(t)=f(t)=t^2-2t$.

综上，$g(t)$ 的解析式为：$g(t)=\begin{cases}t^2-1，t\le 0\\ -1，0<t<1\\ t^2-2t，t\ge 1\end{cases}$；

（2）当 $t\le 0$ 时，$g(t)=t^2-1$ 为减函数，$g(t)\ge g(0)=-1$，

当 $0<t<1$ 时，$g(t)=-1$，

当 $t\ge 1$ 时，$g(t)=t^2-2t=(t-1)^2-1$ 为增函数，$g(t)\ge g(1)=-1$，

综上函数 $g(t)$ 的值域为 $[-1,+\infty)$.

【解析】

(1)求出二次函数的对称轴，对 $x\in[t,t+1]$ 与对称轴的关系讨论其最小值，可得 g(t)的解析式.

(2)根据函数 g(t)的定义域范围与二次函数的性质求值域

本题考查了二次函数在其定义域范围内的单调性的讨论求最值的问题. 要抓住开口方向和对称轴是关键. 属于中档题.