

从几个问题谈高三数学复习有效性^①

罗建宇

(江苏省张家港市沙洲中学 215600)

1 几个问题

问题1:听了不少高三复习课,大多数课的知识点呈现方式不一,主要有:课前填写“导学案”中的有关概念、公式等;或通过一些基础题让学生进行课前热身,以点带面复习相关知识;或直接给出知识的框图或思维导图在PPT或黑板上呈现.那么,这些呈现方式能真正起到知识回顾的作用吗?

问题2:调研发现,之前讲过的原题过一段时间将其进行简单改编甚至就是原题,让学生重新训练,错误率依旧非常高,这到底是教师讲解不到位还是学生理解不到位?教师在解题教学中的有效性如何保证?

问题3:在一轮复习期间,有些教师就以“专题”的形式组织高三复习,在“专题”的选编上以“题型”为串联路线,学生在这样的组织方式下有没有起到一轮复习的作用?一轮复习的有效性究竟如何?

问题4:在试卷讲评时,很多老师是一讲到底,讲解过程中没有主次轻重,也没有错因分析,更没有变式和拓展,只是简单的就题讲题,导致会的学生不愿意听,不会的学生被牵着鼻子走,学生的解题经验始终维持在原有水平,解题能力在这样的试卷讲评课中能得到多少教益?

问题5:每年高考结束之后,总有师生感慨:平时讲(练)了那么多题,花了那么多时间,感觉都白复习了.为何会出现这样的境况?

这五个问题都共同指向于高三复习的有效性,在高三复习中还普遍存在高耗低效的现象,因此分析其中的问题很有必要.

2 现状与分析

根据以上问题,通过调研与分析,可得出当前高三数学有效性偏低的现状:

(1)重视知识梳理,忽视逻辑关联

在复习时有些教师没有重视知识间的逻辑关联,在知识点梳理时采取一个一个地罗列知识点的做法.由于学生在高一高二习得的知识更多的是“碎片化”状态,没有系统性和逻辑性.没有整体系统的知识是容易丢失的,没有逻辑关联的知识是容易偏离的,导致学生在解题时完全游离在整体的知识框架之外,导致知识点梳理与解题行为成了“两张皮”.只有熟知数学知识的来龙去脉,理解知识的本质内涵,通晓知识的逻辑关系,才能在高三复习解题时真正“识货”、“有货”.

(2)重视题型教学,忽视思维暴露

上面的问题还反映了当前复习中急功近利的心态,为了追求教学的短期成绩,有些老师在高三复习中以题型教学为主要的教学组织方式,忽视教学中的思维过程(思维起点的表征、思维方向的选择以及思维节点的监控等)的暴露.学生的学习基本是机械模仿、生搬硬套,这样的教学效果自然不高,对提高他们的解题能力和思维品质几乎无益,不难解释为何讲过的问题过一段时间后还会出现.张乃达老师倡导数学教学要充分暴露数学的思维过程,这当然也包括高三复习在内,暴露数学思维过程是促使学生知识结构形成与发展的保证.

(3)重视技巧方法,忽视数学思想

有些教师特别重视解题技巧的教学,误以为高考高分的获得靠难题、综合题,更误认为难题、

^① 本文是江苏省教育科学“十三五”规划2018年度青年专项重点资助课题《基于学生数学学力发展的教学实践与校本课程开发研究》(编号:C-a/2018/02/17)的研究成果.

综合题的解决靠所谓的“技巧”. 通常情况下, 技巧性越强, 适用的范围就越小, “特技”在新情境或新问题中不适用或失效, 更何况在现今以能力、素养为立意的命题导向的高考形势下, 更无可能命制那种靠“技巧”的试题, 高考命题一直秉持突出考查学科知识本质和通性通法的原则, 只有体现数学本质的方法才能体现学生的数学素养, 而体现学生数学素养的方法往往就是思想观念层面的方法, 这才具有基本性和普适性^[1].

(4) 重视教学进度, 忽视认知基础

分数的压力往往促使师生在教学中或多或少存在急于求成的心态, 特别是在一轮复习时很容易产生一步到位的激进做法. 众所周知, 高三复习一般分一轮、二轮和三轮三个复习阶段进行, 遵循“点一块一面”的复习路径. 但是, 很多教师在一轮复习中不重视基础知识、基本方法的梳理以及知识体系的建构, 为此便出现了如前所述的以“专题”形式组织教学的现象, 这是脱离学情和违背认知规律的做法, 这就导致学生在没有形成稳定的知识体系的情况下就进行解题活动, 整个高三复习毫无侧重, 没有主次, 学生的学习似乎就在“题海”中漫无目的地折腾, 这样复习效率自然低下.

上述种种现状都是导致高三复习效率低下的根本原因, 不仅使得学生失去了宝贵的复习时间, 更别谈发展学生的数学核心素养和关键能力了. 对现状的分析有助于我们更好地开展理性的反思与重构, 以期更好地开展有效的高三数学复习.

3 对策与建议

3.1 要制定适宜的复习目标

目标定位是教学实施的第一要素, 高三复习同样离不开目标定位, 制定合理的复习目标就需要研究课程目标、高考导向以及学生的学情. 为了把握好复习目标, 复习时要根据课程标准、考试说明的要求与变化, 将高考的所有考点列出来, 对每个考点的命题方向作一个回顾梳理, 从中找到命题规律, 确定切实可行的复习目标^[2].

首先, 知识与技能的目标达成是教学的基本要求, 特别是一轮复习, 更要将基本知识与技能的复习与训练放在首要地位, 比如集合表示法、对象与集合关系等试题高考可能不会考, 但学生在这些地方却有可能因不能规范书写而被扣分(如填空题的结果表示). 再如运算技能也是需要特别重

视, 不仅课堂上要对运算技能进行示范, 让学生掌握算理, 提高运算中的思维能力, 还要强化对运算技术的训练(常规的、常用的运算技巧要强化训练, 如变形中的组合技巧、整体观点、减元策略、转化策略等等, 包括分解因式的技巧). 除此之外, 还应在学生发现并提出问题的能力、对数学本质的理解、对数学思想的感悟以及数学学习的情操体验等方面有应然目标, 特别要在教学中充分关注学生思维品质的训练和核心素养的提升.

其次, 目标定位应该是基于整个单元(主题)下的课时体现, 在某些逻辑相关、前后关联较大的知识复习时, 应保持建构方式的一致性, 将教学活动的每一步、每一个环节都置于整个单元的大系统中去复习, 从更高的角度来审视复习内容, 以单元知识块进行教学组织, 突出教学目标和内容的整体性, 体现教学过程和方法的一致性, 使得单元知识的教学是统一的生成系统. 如“函数的性质”的复习, 函数的单调性、最值、奇偶性、周期性等性质在建构的过程上、语言表述风格上以及思想方法和数学观念上均保持着前后一致性, 从整体的角度明确这些知识的前后逻辑的一致性, 使复习是相同目标主线下的同构活动, 确保学生认知观念和知识体系形成的逻辑连贯性.

案例 1 已知 $f(x)$ 是定义在 $[-1, 1]$ 上的奇函数, 当 $x_1 \leq x_2$ 时, $f(x_1) \leq f(x_2)$, 当 $x \in [0, 1]$ 时, $2f(\frac{x}{5}) = f(x)$, $f(x) = 1 - f(1-x)$,

$$\text{则 } f\left(-\frac{150}{2014}\right) + f\left(-\frac{151}{2014}\right) + \cdots + f\left(-\frac{170}{2014}\right) + f\left(-\frac{171}{2014}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

本题的信息主要有:

信息 1: 奇函数 $\Rightarrow f(0) = 0$, $f(-x) = -f(x)$;

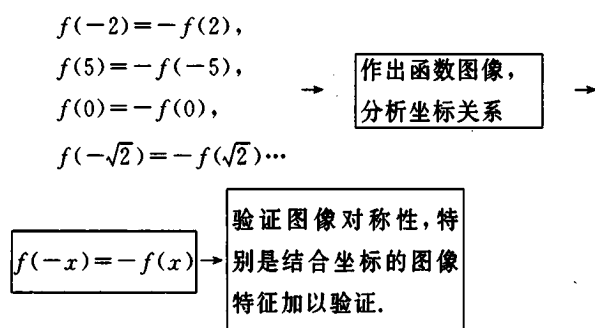
信息 2: $x_1 \leq x_2$ 时, $f(x_1) \leq f(x_2) \Rightarrow f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上单调递增;

信息 3: $2f(\frac{x}{5}) = f(x)$;

信息 4: $f(x) = 1 - f(1-x)$.

由于平时教学中对函数单调性、奇偶性概念抽象的表征讲得很多, 学生头脑中已经建立了相关的经验去处理此类信息, 因此, 绝大多数学生的

信息表征过程并无太大问题. 但信息 3 和信息 4 则出现表征受阻现象, 问题出自此类信息的抽象性过强, 加之课堂教学的表征训练不到位, 导致学生认知中并未形成相关的表征经验, 当遇到陌生的抽象表达便缺乏合适的形式加以表征, 从而影响了问题的解决. 为了形成有效认知经验的积累, 在函数性质教学中可采用“同构”的方式加以表征训练. 初次接触“函数单调性”, 可按照“具体验证(进行归纳)→直观感知(抽象)→形成概念(概括)→二次验证(理性认识)”的程式来进行, 再在“函数奇偶性”的教学中加以应用, 让学生充分感受如何将抽象形式具体化的表征训练, 形成从特殊到一般的思维方式. 以“奇函数”为例的表征训练的具体行为如下:



经历多次“同构”的表征训练后, 学生在头脑中形成了类似问题的表征经验——分别从抽象方程左右两边的横坐标、纵坐标的关系上去发现函数图像的特征, 获得函数性质. 如信息 3: $2f(\frac{x}{5}) = f(x) \Leftrightarrow f(\frac{x}{5}) = \frac{1}{2}f(x)$ 借助经验, 可表征为将函数图像上每个点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{5}$, 纵坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$; 而信息 4: $f(x) = 1 - f(1-x) \Rightarrow f(x) + f(1-x) = 1$ 分别从横坐标和纵坐标两方面可表征为函数图像关于 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 对称.

3.2 要研究学生的学习基础

在进入高三之初要通过适当方式(期初测试等), 了解学生的知识基础、能力基础和认知基础, 要根据学生的实际情况, 合理设计层次渐进的发展过程^[3].

一方面, 要考虑义务教育阶段教学内容与高中数学教学内容的脱节带来的学生数学知识结构

的缺漏. 如高考解析几何题对二元二次方程组侧重考查的基础知识, 初中几乎没有学习, 高中教学内容中也没有涉及; 繁分式在近几年高考试题解答过程中也会出现(至少部分学生的解题过程中会出现), 但初中与高中都不讲, 这样的知识内容还较多. 在技能与能力方面落差同样很大, 如高考对运算能力要求较高, 而初中教学要求却很低, 高中教师又认为这是学生应该具备的. 更值得重视的是, 对于初、高中衔接内容, 如果我们认为用到时补充一下就行了, 将会是灾难性的后果, 因为技能是需要训练的, 没有足够的训练和多角度的训练, 不可能形成熟练的技能.

另一方面, 高一、高二的学习状况也是必须重视的方面. 过难或过易地教学定位都是低效甚至是无效教学, 全面、准确地了解学生的学习现状, 并将教学的起点基于学生的认知起点、教学的定位基于学生的能力基础, 使学生得到其能够达到的发展水平是教学中非常值得重视的一个问题, 比如实施“课前预习案、课上教学案、课后巩固案”有着较强的实用性, 对学生把握教材基础知识、基本技能, 做好上课准备, 对教师了解学习状况, 进行有针对性的教学都很有利.

3.3 要暴露学生思维训练的指向

经常看到有些老师在组织解题教学时, 并不能从学生认知的实际情况出发, 讲解中有些方法已经超过了学生的认知基础与能力范畴, 学生听起来非常吃力. 究其原因, 就是缺少对思维训练的指向进行合理定位, 没有分析训练过程中哪些符合当前学生的认知需求(包括知识技能以及思想方法), 哪些是能促进或改善学生的认知水平和思维品质的.

案例 2 2017 年江苏卷 20(2): 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^3 + bx + 1 (a > 0, b \in \mathbf{R})$ 有极值, 记导函数 $f'(x)$ 的极值点是 $f(x)$ 的零点. 证明: $b^2 > 3a$.

在求得 $b = \frac{2}{9}a^2 + \frac{3}{a}, a \in (3, +\infty)$ 的前提下, 可围绕目标关系式“ $b^2 > 3a$ ”进行具有目标指向的思维训练. 比如, 可以先以对象的选择作为思维训练的目标, 对目标式可选用以下 3 组对象:

① $b^2 - 3a$ 与 0, ② $\frac{b^2}{a}$ 与 3, ③ $\frac{b}{\sqrt{a}}$ 与 $\sqrt{3}$. 解题中选择

不同的研究对象而实施的思维长度是不一样的,这里可以引导学生对研究对象进行考察,也需要去分析与考量它们对思维长度以及认知的要求,这就需要在组织活动时要根据学生认知的差异选择合适的研究对象.比如②和③中由于③的函数结构相对简单(次数与项数均较小),故而研究起来较为轻松.另外,也可以以不同的比较方式为思维训练的目标,由于不同的比较方式所运用的数学知识不会相同,比如可以将其视为变量 a 的一元函数,可运用函数与导数的知识加以处理,也可视为关于 a, b 的二元问题,可运用均值不等式进行处理.有了对目标定位的分析,实施的教学活动就能使学生有目标地进行思维训练.

实践表明,解题教学的有效性体现在讲评中思维训练指向的目标达成,应根据不同思维基础的学生的实际情况(思维起点,认知需求,知识结构等)设定思维训练所要达成的目标.具体操作时,可通过对思维对象的分析、思维过程的解剖以及思维活动的暴露^[4],将思维训练的目标指向更加清晰化,训练的侧重点更有针对性,这样才能确保学生在解题活动中真正地进行有效的活动体验,从而形成有效的活动经验.

3.4 要构建适合校情的复习模式

高三复习是在学生已经学习过相关知识的基础上的教学,因此,充分运用好学生的学习基础,以学生为学习主体,在此基础上建构一套适合学校的相对稳定的课堂教学模式,能够促进学生主动学习,帮助学生学会学习,促进学生深度学习.比如,对于中等的学校可尝试一下复习的基本步骤(程序):课前练习——课上检查——建构体系——拓展延伸——总结提炼——巩固发展.具体而言,就是布置预习任务,通过阅读教材复习相关知识内容,并在此基础上解决几个最基本的问题.上课时,让学生分组交流、相互检验课前练习,

并互相释疑.然后让学生报告各个练习的解决过程与所得结果,在汇报的过程中不断地将相关的知识、方法提炼出来.当练习都解决后,一张知识结构网络图就形成了(这要求设计练习题时要精心,题目不能难,要让所有学生通过阅读教材都能解决;题目还要全面覆盖本节课学习的知识和方法).接着通过几个具有综合性、拓展性的变式问题发展学生对知识、方法的认识,促使其更加深刻地理解和认识、更加熟练和灵活地运用相应的知识与方法.再通过对前面内容的总结、概括,提炼出本节课的知识要点、思想方法,最后适当巩固(也可以课后进行).

当然,教学模式的选择与教学内容、学生状况有着密切关系,教无定法,没有一种万能通适的教学模式直接套用,只有适合自己学校和班级的教学模式才是最好的.

总之,笔者认为有效的高三数学复习课要制定适宜的复习目标,要充分研究学生的学习基础,要在课中充分暴露学生思维训练的指向,逐步的构建适合校情的复习模式.高三复习是关键阶段,我们必须不断加强研究、加强思考,努力提高高三复习课的有效性,以期更好地促进学生知识结构与认知结构的完善与发展,进一步地提升学生的数学核心素养与关键能力,为学生高三复习与高考助力.

参考文献

- [1] 石志群.高三数学复习的若干误区[J].中学数学月刊,2019(2)
- [2] 陈荣桂.提高高三数学总复习的有效性的几点思考[J].数学通报,2013(4)
- [3] 杨林军.宏观,本质,思维——基于能力的高三数学复习策略[J].数学通报,2015(12)
- [4] 张乃达.充分暴露数学思维过程是数学教学的指导原则[J].数学通报,1987(3)
- [5] Walkington, Candace, Virginia Clinton, and Pooja Shivraj. How readability factors are differentially associated with performance for students of different backgrounds when solving mathematics word problems[J]. American Educational Research Journal, 2018, 55(2): 362-414
- [6] [美]R·L·怀尔德.作为文化体系的数学[M].谢明初,陈慕丹,译.上海:华东师范大学出版社,2019:1
- [7] 熊和平,方庆圆.数学应用题的叙事及其知识社会学性质[J].全球教育展望,2020,49(5):105-118

(上接第25页)

- [12] 黄翔,李开慧.关于数学课程的情境化设计[J].课程·教材·教法,2006,26(9):39-43
- [13] 李健.初中数学教科书中现实问题情境设置的实证研究——基于中外九版初中数学教科书的纵向与横向比较[D].天津:天津师范大学,2019:71-74
- [14] 李绍山.易读性研究概述[J].解放军外国语学院学报,2000(4):1-5