20210108手动选题组卷

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、选择题（本大题共**3**小题，共**15.0**分）

1. 已知椭圆的长轴端点为A、B，若椭圆上存在一点P使，则椭圆离心率的取值范围是

A.　　B.　　C.　　D.

【答案】B

【解析】

【分析】

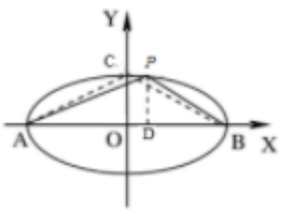
本题考查了椭圆离心率求解，属于中档题.

设P点坐标，求解，由题意可知当时，取得最大值，所以当P在短轴上时，取得最大值，所以为短轴顶点，即可求解离心率范围.

【解答】

解：不妨设，

过P作轴于点D，



则，，，

所以，，

则

，

又，

所以，

因为，所以，

所以当时，取得最大值，

所以当 P 在短轴上时，取得最大值，

因为椭圆上存在一点 P 使，

所以为短轴顶点，

设，则，

则，

所以离心率，

又因为，所以 e 的取值范围为.

故选：B

2. 若数列满足，为非零常数，则称数列为“梦想数列”已知正项数列为“梦想数列”，且，则的最小值是

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

【答案】B

【解析】

【分析】

此题考查新定义题，考查等比数列的性质，训练了利用基本不等式求最值，是中档题．由新定义得到数列为等比数列，然后由等比数列的性质得到，再利用基本不等式求得的最小值.

【解答】

解：依题意可得，

则数列为等比数列.

，

则，

，

当且仅当，即该数列为常数列时取等号.

故选 B.

3.　设且，则的最小值为

A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

【答案】A

【解析】

【分析】

本题考查基本不等式的运用：求最值，注意运用换元法，考查化简整理和变形能力，属于中档题.

令，，可得，化简所求式子为，展开后，运用基本不等式即可得到所求最小值.

【解答】

解：令，，

则，，

即有，

可得

，

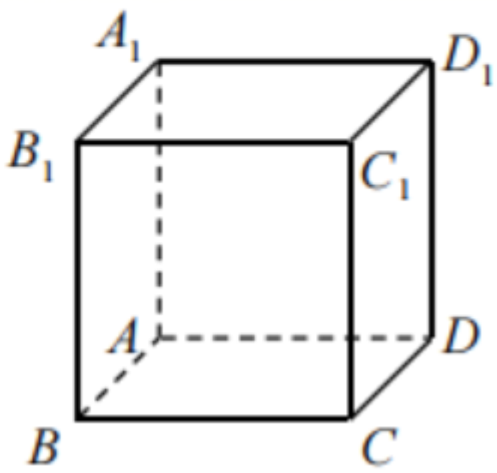
当且仅当，即，时取得等号，

则的最小值是.

故选：A.

二、不定项选择题（本大题共 **1** 小题，共 **4.0** 分）

4.　在如图所示的棱长为 1 的正方体中，点 P 在侧面所在的平面上运动，则下列命题中正确的



A. 若点 P 总满足，则动点 P 的轨迹长度为

B. 若点 P 到直线的距离等于 P 点到直线 CD 的距离，则动点 P 的轨迹是抛物线

C. 若点 P 到直线 AB 的距离与到点 C 的距离之和为 1，则动点 P 的轨迹是椭圆

D. 若点 P 到直线 AD 与直线的距离相等，则动点 P 的轨迹是双曲线

【答案】ABD

【解析】

【分析】

本题主要考查了立体几何中动点的轨迹，属于中档题.

逐个分析即可.

【解答】

解：因为点 P 总满足，

z 则点 P 的轨迹是以 D 为球心，半径为的球面与平面的公共部分，

即点 P 的轨迹为小圆，设小圆的半径为 r，

球心 D 到平面的距离为 1，则，

所以小圆的周长故 A 正确；

B：因为 P 点到直线 CD 的距离等于 P 到 C 的距离，

所以点 P 到直线的距离等于 P 到 C 的距离，

符合抛物线的定义，故 B 正确；

C.点 P 到直线 AB 的距离就是点 P 到点 B 的距离，

即平面内的点 P 满足，

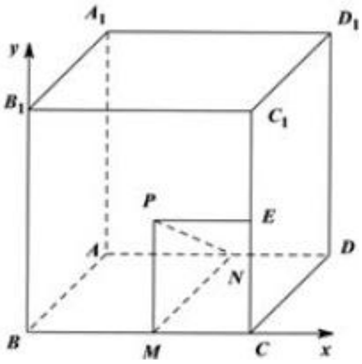
即满足条件的点 P 的轨迹就是线段 BC，不是椭圆，故 C 不正确

D.如图，过 P 分别做于点 M，于点 E，

则平面 $ABCD$，所以，过 M 做，连结 PN

，所以平面 PMN，所以，

如图建立平面直角坐标系，设，



，则，，

即，整理为：，

则动点 P 的轨迹是双曲线，故 D 正确.

故选 ABD.

三、填空题（本大题共 **4** 小题，共 **20.0** 分）

5.　已知等差数列的公差，且成等比数列，则的值为_____.

【答案】

【解析】

【试题解析】

【分析】

由，，成等比数列求得与 d 的关系，再代入即可.

本题主要考查等差数列的通项公式及等比数列的性质.

【解答】

解：，，成等比数列，

，

，

，

故答案是.

6.　已知，不等式恒成立，则 x 的取值范围为_________.

【答案】

【解析】

【试题解析】

【分析】

本题考查一元二次不等式恒成立问题属中档题.

设，则，解不等式组可得 x 的取值范围.

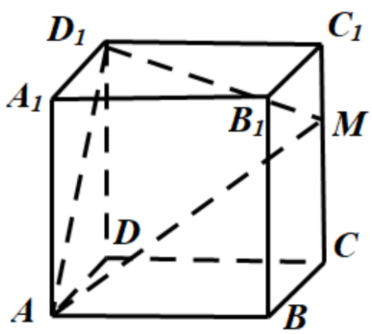
【解答】

解：设，

则，即，解得或

故答案为：

7. 如图所示，在长方体中，，，点 M 在棱上，且，则的面积的最小值为_____，此时棱与平面所成角的正弦值为_____.



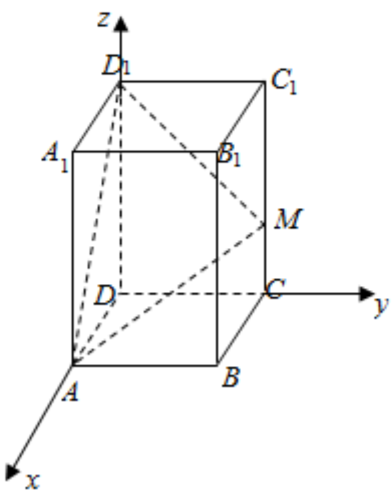
【答案】

【解析】解：建立空间直角坐标系，如图所示，则 0，，

设 1，，0，，0，，.

则，1，，

，，即.



，

当且仅当，时取等号.

此时，，，

，

设平面的法向量为，直线与平面所成角的平面角为，

则，即，取，则，

，

.

故答案为：.

建立空间直角坐标系，用坐标表示点的坐标，根据，得出，由此代入，利用基本不等式的性质，求出面积的最小值，得到z，t，求出平面的法向量，利用向量法求得线面角的正弦值.

本题考查了向量垂直与数量积的应用问题、向量法求线面角的正弦值，也考查了三角形面积计算公式和基本不等式的性质等，是中档题.

8. 设P为椭圆E：上一点，若过点的直线l与椭圆E相交于不同的两点S和T，且满足为坐标原点，则实数t的取值范围是________.

【答案】

【解析】

【分析】

本题考查直线与椭圆的位置关系.

根据已知向量的坐标运算结合根与系数的关系可得，求解即可.

【解答】

解：由题意可知直线l的斜率存在，设直线l：，

设，

将直线l代入椭圆可得，

由，可得

设，

则，

当时，直线 l 的方程为，此时，满足，符合题意，

当时，，

则，

整理可得，

因为，

所以，则，

即实数 t 的取值范围是.

故答案为.

四、解答题（本大题共 **3** 小题，共 **36.0** 分）

9. 已知数列满足，其中.

设，求证：数列是等差数列，并求出的通项公式

设，数列的前 n 项和为，且存在正整数 m，使得对于恒成立，求 m 的最小值.

【答案】【解答】

由，得，所以数列是首项为 2，公差为 2 的等差数列，

所以，由，得；

由，知，

所以，

依题意，存在正整数 m，使得对于恒成立，

只需，解得，所以 m 的最小值为 5.

【解析】

【分析】

本题考查数列递推公式及等差数列的概念，裂项求和，数列不不等式的综合应用，考查学生的推理计算能力，属于较难题目。

结合递推关系可证得，且，即数列是首项为 2，公差为 2 的等差数列，据此可得数列的通项公式为；

结合通项公式裂项有求和有，据此结合单调性讨论可得正整数 m 的最小值为 5.

10. 已知抛物线与双曲线的两条渐近线分别交于除原点 O 外的 A，B 两点，且的面积为 16.

Ⅰ求抛物线方程；

Ⅱ，N 是抛物线上两点，若，证明直线 MN 过定点.

【答案】解：Ⅰ双曲线的渐近线方程为，

，.

，得.

所以抛物线方程为；

Ⅱ因为直线 MN 斜率不为零，故设：，，

由，得，.

，进而，

，

，即，解得，，

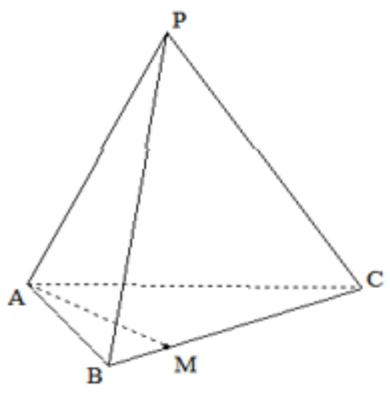
：，所以直线 MN 过定点.

【解析】本题考查了抛物线的标准方程及性质，双曲线的性质，直线与抛物线的位置关系，向量的数量积，属于中档题.

Ⅰ由题意可得，再根据的面积为 16 即可求出答案；

Ⅱ设：，，，由，得，利用韦达定理及向量的数量积即可求出答案.

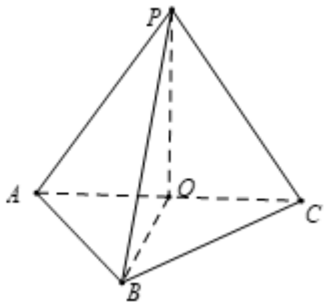
11. 如图，在三棱锥中，，.



证明：平面平面 ABC；

若点 M 在棱 BC 上，且 PC 与平面 PAM 所成角的正弦值为，求 BM.

【答案】证明：如图：



取 AC 中点 O，连接 PO、OB.

因为，所以 $PO\perp AC$，且.

又因为，

所以是以 AC 为斜边的等腰直角三角形，

因此 $OB\perp AC$，.

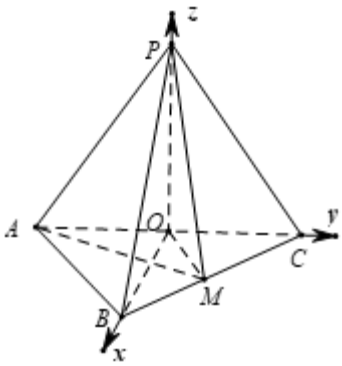
又因为，，所以 $PO\perp OB$.

因为，OB、平面 ABC，所以 $PO\perp$ 平面 ABC，

而平面 PAC，所以平面 $PAC\perp$ 平面 ABC.

解：由知：OB、OC、OP 两两垂直.

以 O 为坐标原点，OB、OC、OP 分别为 x、y、z 轴，建立空间直角坐标系，如图：



由得：，，，，，

因此，.

因为 OB、OC、OP 两两垂直，

所以取平面 PAC 的一个法向量为.

因为点 M 在棱 BC 上，所以设，

因此，.

设平面 PAM 的法向量为，

则，即

取，则，，

因此是平面 PAM 的一个法向量.

设 PC 与平面 PAM 所成角为，

则.

又因为 PC 与平面 PAM 所成角的正弦值为，

所以，即，

解得舍去或，所以，

因此，所以.

【解析】本题考查了线面垂直的判定，面面垂直的判定，直线与平面所成角，空间向量的模、夹角与距离求解问题和利用空间向量求线线、线面和面面的夹角，属于中档题.

利用平面几何知识得 $PO\perp AC$ 和 $PO\perp OB$，再利用线面垂直的判定得 $PO\perp$ 平面 ABC，再利用面面垂直的判定得结论；

以 O 为坐标原点，OB、OC、OP 分别为 x、y、z 轴，建立空间直角坐标系，设，利用空间向量求线面的夹角，结合题目条件得，从而得，再利用空间向量的模计算得结论.