

微专题 解析几何中的定点与定值问题

目标解析

1. 通过设点处理强化坐标运算,整体运算,合理消元手段.
2. 熟悉定点问题的常见处理方法,掌握解决恒等问题的基本方法,培养学生的合理运算能力.
3. 深刻体会方程思想、转化思想的运用及强化学生对解题流程的分析及把控能力.



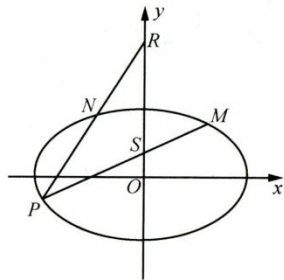
考题导航

题组一 通过设点坐标强化坐标运算、整体运算、消元思想

1. 已知 A, B, P 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上不同的三点,且 A, B 连线经过坐标原点,若直线 PA, PB 的斜率乘积 $k_{PA} \cdot k_{PB} = -\frac{2}{3}$,则该椭圆离心率为_____.
2. 在平面直角坐标系 xOy 中,已知椭圆 T 方程为: $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$. 设 A, B, M 是椭圆 T 上的三点(异于椭圆顶点),且存在锐角 θ , 使 $\overrightarrow{OM} = \cos \theta \overrightarrow{OA} + \sin \theta \overrightarrow{OB}$.
 - (1) 求证:直线 OA 与 OB 的斜率之积为定值;
 - (2) 求 $OA^2 + OB^2$ 的定值.

跟踪练习

1. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. P 是椭圆 C 上异于点 M, N (点 M, N 在椭圆上关于 y 轴对称) 的任意一点,且直线 MP, NP 分别与 y 轴交于点 S, R, O 为坐标原点,求证: $\overrightarrow{OR} \cdot \overrightarrow{OS}$ 为定值.



题组二 定点问题的常见处理方法:特值法再证明或直接法

1. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$, $M(0, 2)$ 是椭圆的一个顶点, 过点 M 分别作直线 MA, MB 交椭圆于 A, B 两点, 设两直线的斜率分别为 k_1, k_2 , 且 $k_1 + k_2 = 8$, 求出直线 AB 恒过定点的坐标.

跟踪练习

1. 已知椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的左顶点为 A , 过点 A 作两条弦 AM, AN 分别交椭圆于 M, N 两点, 直线 AM, AN 的斜率记为 k_1, k_2 , 满足 $k_1 \cdot k_2 = -2$, 则直线 MN 经过 x 轴上的定点为_____.

题组三 通过设斜方法研究定点定值综合问题, 揭示问题的本质

1. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$, 过点 $(1, 0)$ 作直线 l 交椭圆 E 于 P, Q 两点, 试问: 在 x 轴上是否存在一个定点 M , 使得 $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MQ}$ 为定值? 若存在, 求出这个定点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

跟踪练习

1. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 1$, 点 P 在直线 $l: 2x + y - 3 = 0$ 上, M 为直线 $y = x$ 与直线 l 的交点, 若在平面内存在定点 N (不同于点 M), 满足: 对于圆 O 上任意一点 Q , 都有 $\frac{QN}{QM}$ 为定值, 则定点 N 的坐标为_____, 定值为_____.

反思悟道
