

一、选择题

A. 6 B. 4 C. 3 D. 2

A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 2π

A. $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ B. $[1, +\infty)$ C. $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ D. $(-\infty, 1)$

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

A. $m < 2$ B. $m > 2$ C. $1 < m < 2$ D. $0 < m < 1$

A. 2 B. -2 C. 1 D. -1

A. $a>1$, $b>0$
 B. $a>1$, $b<0$
 C. $0<a<1$, $b>0$
 D. $0<a<1$, $b<0$

A. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位

B. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位

C. 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位

D. 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位

A. 5 B. $\frac{5}{2}$ C. $-\frac{5}{2}$ D. -5

A. $\sin x + \cos x$ B. $-\sin x - \cos x$ C. $-\sin x + \cos x$ D. $\sin x - \cos x$

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

x_4 , 且 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, 则 $\frac{(x_1 + x_2)(x_3 + x_4)}{x_1 x_2} =$ ()

A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

二、填空题

13. 求值: $2\lg 4 + \lg 50 - \lg 8 =$ _____.

14. 已知向量 $\vec{a} = (1, -2)$, $\vec{b} = \left(\sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right), \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \right)$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $\tan \theta =$ _____.

15. 已知 $f(x) = 2\sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ (其中 $\omega > 0$) 的单调递增区间为 $\left[-\frac{5\pi}{18} + \frac{2}{3}k\pi, \theta + \frac{2}{3}k\pi\right] (k \in \mathbb{Z})$, 则 $\theta =$ _____.

16. 已知 AD 、 BE 为 $\triangle ABC$ 的中线, $AD = 3$, $BE = 2$, 且 $\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{BE}$ 的夹角的余弦值为 $-\frac{1}{3}$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$ _____.

三、解答题

17. 已知向量 $\vec{a} = (1, -2)$, $\vec{b} = (-3, 4)$.

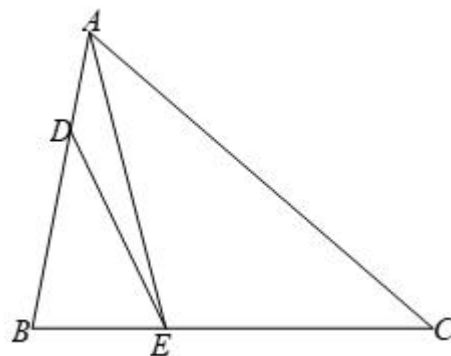
- (1) 求 $|\vec{a} - \vec{b}|$ 的值; (2) 求向量 $\vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a} - \vec{b}$ 夹角的余弦值.

18. 已知 $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$.

- (1) 求 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值; (2) 求 $\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ 的值.

19.如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 2$ ， $AC = 3$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ， $\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{AD}$ ， $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$ 。

(1) 试用 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{AC}$ 表示 $\overrightarrow{DE}$ ；(2) 求 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{DE}$ 的值。



20.销售甲、乙两种商品所得利润分别是 P （单位：万元）和 Q （单位：万元），它们与投入资金 t （单位：万元）的关系有经验公式 $P = \frac{3}{5}\sqrt{t}$ ， $Q = \frac{1}{5}t$ ，今将 a 万元 ($a > 0$) 资金投入甲、乙两种商品，其中对甲商品投资 x （单位：万元）。

(1) 试建立总利润 Y （单位：万元）关于 x 的函数关系式，并写出函数的定义域；

(2) 问：如何分配资金，才能使得总利润 Y （单位：万元）最大？

21. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{4^x + 1}$.

(1) 若函数 $g(x) = f(x) + a$ 是奇函数, 求实数 a 的值;

(2) 若关于 x 的方程 $f(2x^2 - 2tx) + f(-x^2 - 3 + 2t) = 1$ 在区间 $(0, 2)$ 上有解, 求实数 t 的取值范围.

22. 已知向量 $\vec{a} = (2\sin x, \sqrt{3}\cos x)$, 向量 $\vec{b} = (\cos x, 2\cos x)$, 函数 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b} - \sqrt{3}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值和最小值;

(2) 求证: 存在大于 $\frac{\pi}{3}$ 的正实数 x_0 , 使得不等式 $\frac{|f(x)|}{\ln x} > 2\sqrt{3}$ 在区间 $(x_0, \sqrt{e})$ 有解. (其中 e 为自然对数的底数)