

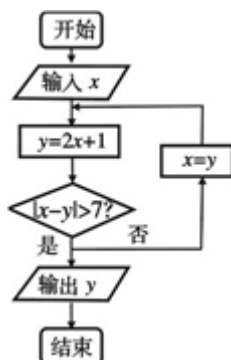
仪征市 2018-2019 学年度第一学期期中调研测试

高 二 数 学

分值：160 分，时间：120 分钟

一、填空题：本大题共 14 小题，每小题 5 分，共 70 分. 请把答案填写在答题卡相应的位置上.

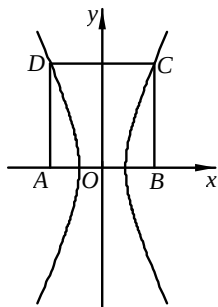
1. 命题： $\forall x \in \mathbf{R}, \sin x < 1$ 的否定是 ▲.
2. 已知过点 $A(-2, m)$ 和 $B(m, 4)$ 的直线与直线 $2x + y - 1 = 0$ 平行，则 m 的值为 ▲.
3. 抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点到准线的距离为 ▲.
4. 双曲线 $\frac{y^2}{2} - x^2 = 1$ 的焦点坐标是 ▲.
5. 椭圆 $\frac{x^2}{m} + y^2 = 1$ ($m > 1$) 的长轴长是短轴长的 2 倍，则实数 $m =$ ▲.
6. 已知圆 $O_1: (x-a)^2 + (y-b)^2 = 4$, $O_2: (x-a-1)^2 + (y-b-2)^2 = 1$ ($a, b \in \mathbf{R}$), 则两圆的位置关系是 ▲.
7. 执行如右图所示的程序框图，若输入 $x = 3$ ，则输出 y 的值为 ▲.



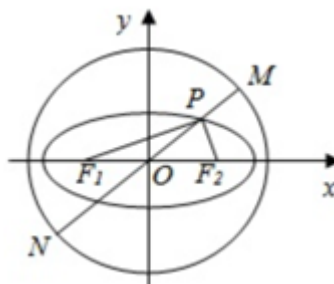
8. 已知 $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ x + y - 4 \geq 0 \\ 2x - y - 5 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = \frac{y}{x}$ 的取值范围为 ▲.

9. 直线 $l: y = kx + 1$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 相交于 A, B 两点, 则 “ $k = 1$ ” 是 “ $\triangle OAB$ 的面积为 $\frac{1}{2}$ ” 的 ▲ 条件 (从 “充要”、“充分不必要”、“必要不充分”、“既不充分也不必要” 中选一个填空).

10. 已知点 $A(-2, \sqrt{3})$ 为椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 内一点, F_2 为其右焦点, M 为椭圆上一动点, 则 $AM + 2MF_2$ 的最小值为 ▲ .



(第 11 题)



(第 14 题)

11. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 以正方形 $ABCD$ 的两个顶点为 A, B 焦点, 且过点 C, D 的双曲线的离心率是 ▲ .

12. 已知点 $A(0, 2), B(2, 0)$. 若点 C 在抛物线 $x^2 = y$ 的图象上, 则使得 $\triangle ABC$ 的面积为 2 的点 C 的个数为 ▲ .

13. 已知直线 $x - y + b = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = 9$ 交于不同的两点 A, B . 若 O 是坐标原点, 且 $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| \geq \frac{\sqrt{2}}{2} |\overrightarrow{AB}|$, 则实数 b 的取值范围是 ▲ .

14. 如图, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1 (a > 2)$, 圆 $O: x^2 + y^2 = a^2 + 4$, 椭圆 C 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过椭圆上一点 P 和原点 O 作直线 l 交圆 O 于 M, N 两点, 若 $PF_1 \cdot PF_2 = 8$, 则 $PM \cdot PN$ 的值为 ▲ .

二、解答题: 本大题共 6 小题, 共计 90 分, 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分 14 分) 已知命题 $p: \frac{x^2}{m-1} + \frac{y^2}{m-4} = 1$ 表示双曲线, 命题

$q: \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2 < m$.

(1) 若命题 p 为真命题, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若命题 “ p 或 q ” 为真, “ p 且 q ” 为假, 求实数 m 的取值范围.

16. (本小题满分 14 分) 已知直线 l 过点 $M(-3, 3)$.

(1) 若直线 l 与双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 的渐近线平行, 求直线 l 的方程;

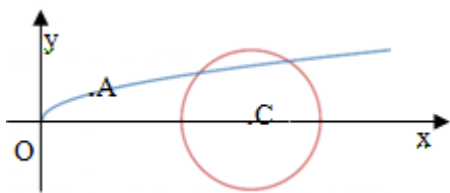
(2) 若椭圆 $\frac{y^2}{9} + \frac{x^2}{5} = 1$ 的下焦点到直线 l 的距离为 3, 求直线 l 的方程.

17. (本小题满分 14 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦点为

$F_1(-\sqrt{5}, 0), F_2(\sqrt{5}, 0)$, 椭圆上一点 P 满足 $PF_1 \perp PF_2, PF_1 \cdot PF_2 = 8$.

(1) 求椭圆方程; (2) 求与椭圆有相同焦点, 且过点 P 的双曲线的标准方程.

18. (本小题满分 16 分) 为了更好地了解鲸的生活习性, 某动物保护组织在受伤的鲸身上安装了电子监测设备, 从海岸线放归点 O 处把它放归大海, 并沿海岸线由西到东不停地对其进行跟踪观测. 在放归点 O 的正东方向有一观测站 C , 可以对鲸进行生活习性的详细观测. 已知 $OC = 15\text{km}$, 观测站 C 的观测半径为 5km . 现以点 O 为坐标原点、以由西向东的海岸线所在直线为 x 轴建立平面直角坐标系, 则可以测得鲸的行进路线近似的满足 $y = k\sqrt{x} (k > 0)$.



(1) 若测得鲸的行进路线上一点 $A(1, 1)$, 求 k 的值;

(2) 在 (1) 问的条件下, 问:

① 当鲸运动到何处时, 开始进入观测站 C 的观测区域内? (计算结果精确到 0.1)

② 当鲸运动到何处时, 离观测站 C 距离最近 (观测最便利)? (计算结果精确到 0.1)

(参考数据: $\sqrt{41} \approx 6.4, \sqrt{11.3} \approx 3.4, \sqrt{58} \approx 7.6$)

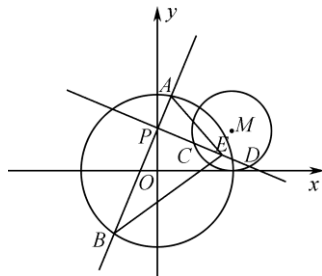
19. (本小题满分 16 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 过点 $P(0,1)$ 且互相垂直的两条直线分别与圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 交于点 A, B , 与圆 $M: (x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ 交于点 C, D .

(1) 若 $AB = \frac{3\sqrt{7}}{2}$, 求 CD 的长;

(2) 若直线 AB 斜率为 2, 求 $\triangle ABM$ 的面积;

(3) 若 CD 的中点为 E , 求 $\triangle ABE$ 面积的取值范围.



20. (本小题满分 16 分)

如图, 椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 和圆 $C_2: x^2 + y^2 = b^2$, 已知圆 C_2 将椭圆 C_1 的

长轴三等分, 椭圆 C_1 右焦点到右准线的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$, 椭圆 C_1 的下顶点为 E , 过坐标原点 O 且

与坐标轴不重合的任意直线 l 与圆 C_2 相交于点 A, B .

(1) 求椭圆 C_1 的方程;

(2) 若直线 EA, EB 分别与椭圆 C_1 相交于另一个交点为点 P, M .

①求证: 直线 MP 经过一定点;

②试问: 是否存在以 $(m,0)$ 为圆心, $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ 为半径的圆 G , 使得直线 PM 和直线 AB 都与圆 G

相交? 若存在, 请求出实数 m 的范围; 若不存在, 请说明理由.

