

高考数学“逻辑语言题”命题的评价初探

余继光

(浙江省绍兴市柯桥中学 312030)

数学“逻辑语言题”是以日常生活的语言和情景考查推理、论证、比较、评价等逻辑思维能力的一类数学创新试题,重点考查思维的深刻性、敏捷性、灵活性、独创性和批判性.这类试题评价细则采用基本要素分析型评价法制定,此类命题在高校自主招生命题中广泛应用,在国际教育的入学数学测试中也广泛采用.

1 逻辑语言题的评价依据与分值

1.1 评价目的

数学本身有着严格的逻辑体系,学习数学的目的就是训练这种逻辑推理能力,因此高考评价离不开数学逻辑推理能力的评价.然而,当前的高考数学题的逻辑味越来越淡,学生通过刷题就能得分而不是通过逻辑推理能力,为此在高考数学命题中增加逻辑语言题非常必要.在日常生活与工作中也经常会遇到逻辑语言的推理判断,如果遇到障碍就不能顺利完成相关的工作,所以逻辑语言题的设置对于中学数学教学非常重要.

1.2 评价依据

不论是高中数学教学大纲或高中数学课程标准,逻辑思维能力都是首当其冲,因为它是进一步学习的基础,《普通高中数学课程标准》对逻辑推理能力设计的水平评价作了具体要求.

1.3 评价细则

作为选择题或填空题中的逻辑题,评价比较容易,对就是对,错就是错.而作为解答题中的逻辑语言题,考查逻辑推理能力的试题重点

考查思维的深刻性、敏捷性、灵活性、独创性和批判性,不同的试题考查的侧重点不同,有的是考查批判性思维,有的则是综合考查,适合基本要素分析型评价法来制定评价细则.

1.4 评价分值

根据基础教育现实,此类创新题的分值控制在4—6分为宜,难度把握在中档以上.

2 逻辑语言题的题型结构与要素

2.1 题型结构

按照国际流行的逻辑语言题的命题结构,依据给定信息,判断信息主体的属性是常见的一类;另一类是根据反证法思维构造的逻辑语言题,要求应试者能够说明推理的思维过程;还有一类就是根据给定的信息,判断其逻辑关系.逻辑题可以以选择题、填空题、解答题等形式出现在试卷中,当然可以在单项选择中,也可以在多项选择中.

2.2 构成要素

信息间的逻辑关系是判断的主要依据,也是检测被测试者是否具有理清逻辑关系的能力的基础.

2.3 能力属性

逻辑语言题检测的能力主体是逻辑推理能力,也涉及到数学知识面、推理运算能力等,属于人在数学思维方面的综合性素养.

3 逻辑语言题的测试主体与内容

3.1 测试主体

经过高中数学学习的学生都可以被测试,

收稿日期:2018-12-10

作者简介:余继光(1954—),男,浙江绍兴人,正高,大学客座教授,长期从事变式教学实践研究、数学教育教学案例研究、高考数学命题与复习研究、数学应用问题设计与教学研究、选修课程开发与教学研究、课堂文化与教学模式研究、数学学习思维痛点与数学思维基因研究等.

E-mail:yushu8488@126.com

不论是学业水平测试,还是高考数学选拔性测试都是可行的.

3.2 重点内容

逻辑语言题的核心是逻辑关系,推理判断,重点考查思维的深刻性、敏捷性、灵活性、独创性和批判性.

3.3 逻辑语言题题型解读

3.3.1 逻辑关系识别

例1 有A,B,C,D 4个朋友住在同一个城镇上,其中一个为民警,一个是木匠,一人是农民,一个是医生,一天,A的儿子摔坏了腿,A带着儿子去找医生,医生的妹妹是C的妻子,农民没有结婚,他家养了很多母鸡,B经常到农民家去买鸡蛋,民警每天都与C见面,因为他俩住隔壁,试根据上述信息,判断A,B,C,D的身份分别是_____,_____,_____,_____.

解析 建立数学模型:因为A带着儿子去找医生,所以A不是医生,所以在下列表中,第1列第4行中用0表示,类似地,根据已知信息,可初步填写表1.

表1

	A	B	C	D
民警			0	
木匠				
农民	0	0	0	
医生	0		0	

由表1可知,C是木匠,D是农民,据此,如表2,分别将第3列第2行、第4列第3行都用1表示后,再分别将第2行和第4列的余者全部都用0表示,这样,立即便知A是民警,B是医生,填空为:民警、医生、木匠、农民.

表2

	A	B	C	D
民警	1	0	0	0
木匠	0	0	1	0
农民	0	0	0	1
医生	0	1	0	0

同类题 (2014年新课标I全国数学理)甲、乙、丙3位同学被问到是否去过A,B,C 3

个城市时:

甲说:我去过的城市比乙多,但没去过B城市;

乙说:我没去过C城市;

丙说:我们三人去过同一个城市.

由此可判断乙去过的城市为_____.

解析 根据甲、乙、丙所说的话,易列表表3,所以乙去过的城市为A.

表3

	A	B	C
甲	o	x	o
乙	o	x	x
丙	o		

解读 根据给定信息判断信息主体的属性,采用列表法是一个很好很快捷的方法,一法在手,万题可破,通过有序的表格来呈现逻辑关系,直观而有效.

3.3.2 逻辑关系证明

例2 试判断命题“ $\tan 1^\circ$ 是有理数”的真假,并说明理由或依据.

解析 假设 $\tan 1^\circ$ 是有理数,由 $\tan 2^\circ = \frac{2\tan 1^\circ}{1-\tan^2 1^\circ}$,根据有理数的四则运算后仍是有理数,可以推出 $\tan 2^\circ$ 是有理数,且 $\tan 3^\circ = \frac{\tan 1^\circ + \tan 2^\circ}{1-\tan 1^\circ \tan 2^\circ}$ 也是有理数,依次可推得 $\tan 4^\circ, \tan 5^\circ, \dots, \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 也是有理数,而 $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 是无理数,矛盾,所以“ $\tan 1^\circ$ 是有理数”为假, $\tan 1^\circ$ 是无理数.

变式 “ $\tan 3^\circ$ 是有理数吗?”说明你的判断理由或依据.

解析 假设 $\tan 3^\circ$ 是有理数,由 $\tan 6^\circ = \frac{2\tan 3^\circ}{1-\tan^2 3^\circ}$,根据有理数的四则运算后仍是有理数,可以推出 $\tan 6^\circ$ 是有理数, $\tan 9^\circ = \frac{\tan 3^\circ + \tan 6^\circ}{1-\tan 3^\circ \tan 6^\circ}$ 也是有理数,依次可推得

$\tan 12^\circ, \tan 15^\circ, \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 也是有理数, 而 $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 是无理数, 矛盾, 所以“ $\tan 3^\circ$ 是有理数”为假, $\tan 3^\circ$ 是无理数.

评价细则 以上两题为解答题中的逻辑题, 基本要素可以确定为“反证思维”“推理判断”“判断依据”“矛盾选择”, 其中“推理判断”的权重要大一点.

解读 此题的逻辑推理依据是反证法思想及有理数四则运算后仍是有理数, 涉及到的基本知识有三角函数的倍角公式、两角和的正切公式, 想到 $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 知道一个无理数与有一个有理数的商仍是无理数, 看似很简单的一个命题, 综合性很强, 这就是逻辑题的一个特征, 面对如上命题判断真伪, 要说清楚并不简单, 需要真正具有这方面的逻辑思维能力、推理能力与表达能力等.

3.3.3 逻辑关系推理

例3 某汽车司机违章驾驶后, 交警向他宣布处理决定: “要么扣留驾驶执照3个月, 要么罚款1000元”, 司机说: “我不同意.” 如果司机坚持己见, 那么, 以下哪项实际上是他必须同意的?

- (A) 扣照但不罚款
- (B) 罚款但不扣照
- (C) 既不罚款也不扣照
- (D) 既罚款又扣照

(E) 如果做不到既不罚款也不扣照, 那么就必须接受既罚款又扣照

解析 警察的处理决定是不相容选言判断, 形式是“要么 p , 要么 q ”, 司机对此否定, 由“并非: 要么 p , 要么 q ”等价于“ p 且 q , 或者, 非 p 且非 q ”, 可知, 司机在逻辑上必须接受: “罚款又扣照, 或者, 不罚款也不扣照”, 即“如果做不到不罚款也不扣照, 就必须接受既罚款又扣照”, 选择 E.

解读 此类逻辑题是针对一个复合命题的

否定的正确理解, 是数学教材中“简易逻辑”的实际应用, 检测应试者头脑中的逻辑概念是否清晰, 逻辑分析与判断能力是否具备.

变式1 某一项运动, 由8个人中选出3个人组成一队, 挑选的条件如下:

- ①如果 A 和 B 都不参加, 那么 C 就得参加;
- ②B 不和 H 一起;
- ③如果 C 参加, 那么 D 就不参加;
- ④如果 E 参加, 那么 F 必定也参加;
- ⑤如果 G 不参加, 那么 H 以及 A 或 B 必定得参加.

(1) E 参加的队有几个?

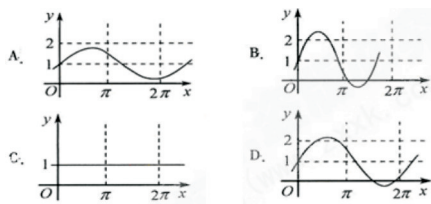
(2) 如果 F 受伤不能参加, 那么组队方法多少种?

创新点剖析 (1) 此问题不仅检测学生的英语阅读理解力, 而且检测其数学分析推理能力, 是一道文理综合题.

(2) 从数学角度分析, 学生必须具有一定的逻辑分析能力, 由④知, 所有可能组成的队中, 有 E 必定有 F; 由⑤知, 如果 G 不参加, 那么就多两个人要参加, 而一个队只容许三人, 因此 G 一定要参加, 所以只要有 E 存在的组合只有一种情形 G, E, F.

(3) 第2问的分析方法是排列组合的分析方法, 先考虑包含 A 的所有可能组合: ABG, ACG, ACH, ADG, ADH, AGH; 再考虑包含 B 但不包含 A 的所有可能组合: BCG, BDG; 再考虑包含 C, 不包含 AB 的组合 CGH, 共有 9 种组队方式.

变式2 (2009年浙江高考) 已知 a 是实数, 则函数 $f(x) = 1 + a \sin ax$ 的图像不可能是().



解析 $a=0, f(x)=1$ 为常值函数, 图像 C;

(下转第 67 页)

的过程,不仅能提高学生的极大兴趣,知识的形成会更加深刻,并在不断地探索中会产生新的想法,极大培养学生的创新能力,所以教学中,侧重设计有利于学生自主参与的教学活动,要体现学生的主体地位.那么如何体现学生的主体地位呢?关键是要调动学生的积极性,让学生动起来,听的少动的多,动脑、动手、动口.首先动脑让学生进行深度思考,自主尝试探究新知内容.其次动手就是让学生该写的写,该计算的计算,展示自己的学习成果,教师进行点评和指导;动口就是让学生善于表达自己的成果,并进行知识交流,建立有效的合作学习方式,这样学到的更多.萧伯纳说过,你有一个苹果,我有一个苹果,彼此交换一下,我们彼此仍然是各有一个苹果;但你有一种思想,我有一种思想,彼此交换,我们都有两种思想,甚至更多.

如学习“用公式法求解一元二次方程”这一节时,学生发现一元二次方程的根与二次项的系数、一次项的系数、常数项有关,可以让学生自主尝试去推导一元二次方程的求根公式,由于学生认知水平不同,展示出成果不尽相同,教师再加以指导.学生通过交流,得出求根公式,并能小组讨论得出更多的内容如一元二次方程根的判别式,还有同学能发现一元二次方程根与系数关系,学生通过这种探究过程不仅获得

了成功感,培养了学习兴趣,而且学到的知识更为深刻.只有学生经历探究的过程才能真正的掌握知识.总而言之,教学知识的形成要给学生留下深刻的印象,可以回味的东西,而那些知识在脑海中就会根深蒂固,才会起到高效学习的作用.

综上所述,有效的课堂教学离不开学生明确的学习目标、充分的准备和合理的利用时间,这是一个积极的参与和经历自主探究的过程.因此,我们在教学中,不断地相互学习、交流经验、及时反思,找出影响课堂的效率因素,长此以往,教师的业务水平不断提高,学生的学习能力也会极大提升.

参考文献

- [1] 李冬华.情境引出概念,类比形成新知——对“立方根”(第1课时)教学的几点建议[J].数学教学通讯,2018(35):58-59.
- [2] 叶兰,尹国益.思维导图 问题驱动 探索新知——“正方形的性质及判定”教学设计与思考[J].上海中学数学,2018(09):29-32.
- [3] 焦小金.“数学现实”引入新知,让“数学课讲数学”——以“锐角三角函数”概念引入为例[J].中学数学,2018(24):28-29.
- [4] 赵艳.问题驱动引出新知,题目变式追求开放——以“等腰三角形的判定”教学为例[J].中学数学,2018(22):21-22.

(上接第57页)

$a < 1$ 时,正弦波的振幅小于1, $T = \frac{2\pi}{|a|} > 2\pi$,为图像 A;

$a > 1$ 时,正弦波的振幅大于1, $T = \frac{2\pi}{|a|} < 2\pi$,为图像 B.

因此,选择 D.

解读 作为一个选择题,可以选择排除法,寻找问题答案,然而,此题的关键是抓住三角函数图像的周期与振幅这两个关键元素,才找到切入点的,此题是一个几何直观题,相对容易一点,判断一个事物“是什么”,或“可能是什么”,或一个命题的顺向思考,构成人们的常规思维,

人们的思维就象平时向前走路一样不会感觉到它的异样;但一旦遇到“非”语言命题,或逆向设计的情境或判断一个事物“不是什么”或“不可能是什么”就会象倒着走路一样感觉到不习惯,或不知如何求解这样的命题,不论是数学高考还是其他评价性测试中,常常有“非”语言命题出现难住了许多学生,成为测试后议论的焦点.

参考文献

- [1] 余继光.高考数学“举例题”的评价思考[J].数学教学研究,2018,37(2):12-17.
- [2] 余继光.选择填空及其教育功能[J].数学教学研究,2001(5):35-37.