

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第一学期午间练 43

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题 (本大题共 2 小题, 共 10.0 分)

1. 已知 $A = \{-3, 0, 1\}$, $B = \{-4, -3, 1\}$, 则 $A \cup B$ 的真子集的个数为()
A. 3 B. 7 C. 15 D. 31
2. 在天文学中, 天体的明暗程度可以用星等或亮度来描述. 两颗星的星等与亮度满足 $m_2 - m_1 = \frac{5}{2} \lg \frac{E_1}{E_2}$, 其中星等为 m_k 的星的亮度为 $E_k (k = 1, 2)$. 已知太阳的星等是 -26.7 , 天狼星的星等是 -1.45 , 则太阳与天狼星的亮度的比值为()
A. $10^{10.1}$ B. 10.1 C. $\lg 10.1$ D. $10^{-10.1}$

二、多选题 (本大题共 1 小题, 共 5.0 分)

3. 不等式 $1 - \frac{1}{x} > 0$ 成立的一个充分不必要的条件是()
A. $-1 < x < 0$ B. $x > -1$
C. $x < -1$ 或 $0 < x < 1$ D. $x > 2$

三、单空题 (本大题共 2 小题, 共 10.0 分)

4. 设 $a > 0$, $b > 1$, 若 $a + b = 2$, 则 $\frac{9}{a} + \frac{1}{b-1}$ 的最小值为_____.
5. 已知 $f(x) = e^{-x^2+2x}$ 的单调递增区间是_____.

四、解答题 (本大题共 1 小题, 共 12.0 分)

6. 已知函数 $f(x) = \sin(2x - \frac{3\pi}{4})$

(1)求 $f(\frac{\pi}{8})$ 的值; (2)求该函数的单调递增区间; (3)用“五点法”作出该函数一个周期的图像.

答案和解析 43

1. 【答案】C

解: $\because A = \{-3, 0, 1\}$, $B = \{-4, -3, 1\}$, $\therefore A \cup B = \{-4, -3, 0, 1\}$, $\therefore A \cup B$ 的真子集的个数为 $2^4 - 1 = 15$.

2. 【答案】A

解: 设太阳的星等是 $m_1 = -26.7$, 天狼星的星等是 $m_2 = -1.45$, 太阳的亮度是 E_1 , 天狼星的亮度是 E_2 , 由题意可得: $-1.45 - (-26.7) = \frac{5}{2} \lg \frac{E_1}{E_2}$,

$$\therefore \lg \frac{E_1}{E_2} = \frac{50.5}{5} = 10.1, \text{ 则 } \frac{E_1}{E_2} = 10^{10.1}.$$

3. 【答案】AD

解: 不等式 $1 - \frac{1}{x} > 0$ 成立, 整理得: $\frac{x-1}{x} > 0$, 即: $x(x-1) > 0$, 即 $x < 0$ 或 $x > 1$;

则不等式 $1 - \frac{1}{x} > 0$ 成立的一个充分不必要的条件需满足是 $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 1\}$ 的真子集,

$\{x | -1 < x < 0\} \subsetneq \{x | x < 0 \text{ 或 } x > 1\}$, $\{x | x > 2\} \subsetneq \{x | x < 0 \text{ 或 } x > 1\}$, B, C 选项不满足.

4. 【答案】16

解: 因为 $a > 0$, $b > 1$, $a + b = 2$, 则 $\frac{9}{a} + \frac{1}{b-1} = (\frac{9}{a} + \frac{1}{b-1})[a + (b-1)]$

$$= 10 + \frac{9(b-1)}{a} + \frac{a}{b-1} \geq 10 + 2\sqrt{\frac{9(b-1)}{a} \cdot \frac{a}{b-1}} = 16, \text{ 当且仅当 } \frac{9(b-1)}{a} = \frac{a}{b-1} \text{ 且 } a + b = 2,$$

即 $a = \frac{3}{4}$, $b = \frac{5}{4}$ 时取等号,

5. 【答案】 $(-\infty, 1)$

解: $\because -x^2 + 2x = -(x-1)^2 + 1$, 所以函数 $t = -x^2 + 2x$ 在 $(-\infty, 1)$ 上单调递增, $(1, +\infty)$

上单调递减. $y = e^t$ 在定义域上为增函数, 根据复合函数的单调性可得函数 $f(x) =$

e^{-x^2+2x} 的单调递增区间是 $(-\infty, 1)$,

6. 【答案】解: (1) $f(\frac{\pi}{8}) = \sin(-\frac{\pi}{2}) = -1$

(2) 当 $2k\pi - \frac{\pi}{2} \leq 2x - \frac{3\pi}{4} \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$ 时, $f(x)$ 单调递增, 解得: $k\pi + \frac{\pi}{8} \leq x \leq k\pi +$

$\frac{5\pi}{8}$, $k \in \mathbb{Z}$ 故 $f(x)$ 的单调递增区间为: $[k\pi + \frac{\pi}{8}, k\pi + \frac{5\pi}{8}]$, $k \in \mathbb{Z}$;

(3) 图略