

仪征中学 2020 届数学一轮复习补偿训练(2) 9.17

班级_____ 学号_____ 姓名_____ 成绩_____

一、填空题：

1、设 P 是函数 $y = \frac{1}{3}\sqrt{x}(x+1)$ 图象上异于原点的动点，且该图象在点 P 处的切线的倾斜角为 θ ，则 θ 的取值范围是_____.

2、设向量 $\vec{a} = (x_1, y_1), \vec{b} = (x_2, y_2)$ ，则 $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$ 是 $\vec{a} // \vec{b}$ 的_____条件.

3、在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $A(0, -1), B(-3, -4)$ 两点，若点 C 在 $\angle AOB$ 的平分线上，且 $|\overline{OC}| = \sqrt{10}$ ，则点 C 的坐标是_____.

4、已知 $b > 0$ ，直线 $(b^2 + 1)x + ay + 2 = 0$ 与直线 $x - b^2y - 1 = 0$ 互相垂直，则 ab 的最小值为_____.

5、锐角 $\triangle ABC$ 的三边 a, b, c 和面积 S 满足条件 $S = \frac{c^2 - (a-b)^2}{4k}$ ，又角 C 既不是 $\triangle ABC$ 的最大

角也不是 $\triangle ABC$ 的最小角，则实数 k 的取值范围是_____.

6、已知正实数 x, y 满足 $2x + y = 2$ ，则 $x + \sqrt{x^2 + y^2}$ 的最小值为_____.

二、解答题：

7、 $\triangle ABC$ 的两条高所在直线的方程分别为 $2x - 3y + 1 = 0$ 和 $x + y = 0$ ，顶点 A 的坐标为 $(1, 2)$ ，求 BC 边所在直线的方程.

8、已知向量 $\vec{a} = \left(\sin x, \frac{3}{4}\right)$, $\vec{b} = (\cos x, -1)$.

(1) 当 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 时, 求 $\cos^2 x - \sin 2x$ 的值;

(2) 设函数 $f(x) = 2(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$, 已知在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 若 $a = \sqrt{3}$, $b = 2$, $\sin B = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 求 $f(x) + 4\cos\left(2A + \frac{\pi}{6}\right)$ ($x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$) 的取值范围.

仪征中学 2020 届数学一轮复习补偿训练 9.17

答案

一、填空题：

1、 $\theta \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \right)$. 2、充分不必要 3、 $C(-1, -3)$ 4、2 5、 $(\sqrt{2}-1, 1)$ 6、 $\frac{8}{5}$

二、解答题：

7、 $\triangle ABC$ 的两条高所在直线的方程分别为 $2x-3y+1=0$ 和 $x+y=0$ ，顶点 A 的坐标为 $(1, 2)$ ，求 BC 边所在直线的方程。

解：可以判断 A 不在所给的两条高所在的直线上，则可设 AB，AC 边上的高所在直线的方程分别为 $2x-3y+1=0$ ， $x+y=0$ ，则可求得 AB，AC 边所在直线的方程分别为 $y-2=-\frac{3}{2}(x-1)$ ， $y-2=x-1$ ，即 $3x+2y-7=0$ ， $x-y+1=0$ 。由 $\begin{cases} 3x+2y-7=0, \\ x+y=0, \end{cases}$ 得 $B(7, -7)$ ，由 $\begin{cases} x-y+1=0, \\ 2x-3y+1=0, \end{cases}$ 得 $C(-2, -1)$ ，所以 BC 边所在直线的方程为 $2x+3y+7=0$ 。

8、已知向量 $\vec{a} = \left(\sin x, \frac{3}{4} \right)$ ， $\vec{b} = (\cos x, -1)$ 。

(1) 当 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 时，求 $\cos^2 x - \sin 2x$ 的值；

(2) 设函数 $f(x) = 2(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ ，已知在 $\triangle ABC$ 中，内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c。若 $a = \sqrt{3}$ ， $b = 2$ ， $\sin B = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，求 $f(x) + 4\cos\left(2A + \frac{\pi}{6}\right)$ ($x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$) 的取值范围。

【解析】(1) 因为 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，所以 $\frac{3}{4}\cos x + \sin x = 0$ ，所以 $\tan x = -\frac{3}{4}$ 。

$$\cos^2 x - \sin 2x = \frac{\cos^2 x - 2\sin x \cos x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{1 - 2\tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{8}{5}$$

$$(2) f(x) = 2(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = \sqrt{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{3}{2}$$

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ ，得 $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，所以 $A = \frac{\pi}{4}$ 或 $A = \frac{3\pi}{4}$ 。因为 $b > a$ ，所以 $A = \frac{\pi}{4}$ 。

$$f(x) + 4\cos\left(2A + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2}$$

因为 $x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ ，所以 $2x + \frac{\pi}{4} \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{11\pi}{12}\right]$ ， $\frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \leq f(x) + 4\cos\left(2A + \frac{\pi}{6}\right) \leq \sqrt{2} - \frac{1}{2}$ 。

\therefore 所求范围是 $\left[\frac{\sqrt{3}}{2} - 1, \sqrt{2} - \frac{1}{2}\right]$ 。