

江苏省仪征中学 2020-2021 学年度第一学期高二数学

巩固练习 (4)

1. 若直线 l 的方向向量 $\vec{m} = (x, -1, 2)$, 平面 α 的法向量 $\vec{n} = (-2, -2, 4)$, 且直线 $l \perp$ 平面 α , 则实数 x 的值是 ()

A. 1 B. 5 C. -1 D. -5

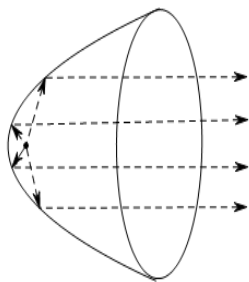
【答案】C

2. 中国古代数学著作《九章算术》中有这样一个问题:“某贾人擅营,月入益功疾(注:从第2月开始,每月比前一月多入相同量的铜钱),3月入25贯,全年(按12个月计)共入510贯”,则该人12月营收贯数为()

A. 50 B. 60 C. 70 D. 80

【答案】C

3. 正确使用远光灯对于夜间行车很重要.已知某家用汽车远光灯(如图)的纵断面是抛物线的一部分,光源在抛物线的焦点处,若灯口直径是20cm,灯深10cm,则光源到反光镜顶点的距离是()



A. 2.5cm B. 3.5cm C. 4.5cm D. 5.5cm

【答案】A

4. (多选) 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1=AB=4$, $BC=2$, M , N 分别为棱 C_1D_1 , CC_1 的中点, 则下列说法正确的是 ()

A. $MN \parallel$ 平面 A_1BD B. 平面 MNB 截长方体所得截面的面积为 $6\sqrt{2}$

C. 直线 BN 与 B_1M 所成角为 60° D. 三棱锥 $N-A_1DM$ 的体积为 4

答案: ACD

5. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 3a_2 + 5a_3 + \cdots + (2n-1)a_n = 2n(n \in N^*)$, 记数列 $\{\frac{a_n}{2n+1}\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $a_n =$ _____ ; $S_n =$ _____.

答案: $\therefore a_n = \frac{2}{2n-1}$, $na_{n+1} = n \cdot \frac{2}{2(n+1)-1} = \frac{2n}{2n+1} = S_n$

6. 过点 $F(2,0)$ 作直线 FM 交 y 轴于 M 点,过点 M 作 $MN \perp MF$ 交 x 轴于点 N ,延长 NM 至点 P ,使得 $MN = MP$, 则动点 P 的轨迹方程为_____.

【答案】 $y^2 = 8x$

7. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d \neq 0$, 且 $a_3 = 5$, a_1, a_2, a_3 成等比数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n^2 + 4n - 2}$, S_n 是数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 若对任意正整数 n , 不等式 $2S_n + (-1)^{n+1} \cdot a > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

【解析】 (1) 因为 $a_3 = 5$, a_1, a_2, a_3 成等比数列, 所以

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 5, \\ a_1 + d = a_1 + 4d \end{cases}, \quad \text{解得 } a_1 = 1, d = 2, \text{ 所以数列 } \{a_n\} \text{ 的通项公式为 } a_n = 2n - 1.$$

$$(2) \text{ 因为 } b_n = \frac{1}{a_n^2 + 4n - 2} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}$$

$$= \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1},$$

$$\text{所以 } S_n = b_1 + b_2 + \cdots + b_n = \frac{1}{2 \cdot 1 - 1} - \frac{1}{2 \cdot 3 - 1} + \frac{1}{2 \cdot 3 - 1} - \frac{1}{2 \cdot 5 - 1} + \cdots + \frac{1}{2 \cdot 2n - 1} - \frac{1}{2 \cdot 2n + 1} = \frac{1}{2 \cdot 1 - 1} - \frac{1}{2 \cdot 2n + 1},$$

$$\text{依题意, 对任意正整数 } n, \text{ 不等式 } 1 - \frac{1}{2n+1} + (-1)^{n+1}a > 0,$$

$$\text{当 } n \text{ 为奇数时, } 1 - \frac{1}{2n+1} + (-1)^{n+1}a > 0 \quad \text{即 } a > -1 + \frac{1}{2n+1}, \text{ 所以 } a > -\frac{2}{3};$$

$$\text{当 } n \text{ 为偶数时, } 1 - \frac{1}{2n+1} + (-1)^{n+1}a > 0 \quad \text{即 } a < 1 - \frac{1}{2n+1}, \text{ 所以 } a < \frac{4}{5}.$$

$$\text{所以实数 } a \text{ 的取值范围是 } \left(-\frac{2}{3}, \frac{4}{5}\right).$$