

不分文理科背景下数学科高考研究^①

——以40多年高考数学文理分卷为视角

郑雪静^{1,2} 陈清华¹

(1. 福建师范大学数学与信息学院 350117; 2. 泉州师范学院数学与计算机科学学院 362000)

自1977年恢复高考制度以来,高考实施文理分科已历经40多年.2009年,在《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020年)》的调研和制定过程中,教育规划纲要工作小组办公室提出急需解决的20个问题,其中之一是“高中取消文理分科的必要性和可行性”.这一问题引发了文理分合、百家争鸣的局面,仅《课程·教材·教法》这一份期刊,2009年就刊登了17篇关于文理分科学术讨论的文章.这些争鸣以及相关调研得出的结论是:“逐步取消高中文理分科,坚持基础教育的基础性、均衡性和全面性,先在东部城市进行取消高中文理分科试点,积累经验,逐步推广”.^[1]但事实上,由于多方面原因,高中不分文理科并未能在全国真正实行.2014年9月3日,国务院发布了《关于深化考试招生制度改革的实施意见》(以下简称《实施意见》),在“启动高考综合改革试点”中明确提出高考将“不分文理科”,以“促进学生健康成长成才”,最终实现“培养德智体美全面发展的社会主义建设者和接班人”.^[2]2017年浙江、上海作为新高考改革首批试点,进入高考不分文理科的第一年.至2019年秋季学期,已有14个省市启动新高考改革.

我国自1952年建立统一高考制度以来,都是文理分科考试.^[3]高考不分文理科,对数学学科的影响最大,^[4]不分文理科的数学科高考还在实践中探索.我们基于40多年文理分科的历史,对40多年来的高中数学教学大纲(课程标准)、考试大

纲(考试说明)、全国统一考试高考数学全国卷文理卷进行定量和定性对比研究,以期在继承和发展中对不分文理科的高考数学命题提供些许建议.

1 教学大纲(课程标准)中文理科教学内容差异的对比分析

教学大纲(课程标准)是国家教育行政部门依据已制定的“课程计划”制定的法令性文件.高中数学教学大纲(课程标准)是高中数学教学的工作指南,它以纲要的形式对课程的内容、体系、范围进行规定,也是教材编写、考试大纲制定的依据,我们对1977年恢复高考制度以来几个主要的中学数学教学大纲(课程标准)中关于文理科教学内容要求的差异进行对比分析(见表1).其中,1978年颁布的《全日制十年制学校中学数学教学大纲(试行草案)》中没有指出文理科教学内容的差异.1980年颁布的《中小学数学教材改革第二次座谈会纪要》首次提出高中数学从高二起分为文理科.1981年颁布的《全日制六年制重点中学数学教学大纲(草案)(征求意见稿)》,该大纲虽然没有实际实施,但自此高中阶段数学科正式进行文理分科教学.1996年颁布的《全日制普通高级中学数学教学大纲(供试验用)》第一次将文理科限定选修课的教学内容分开设.2018年教育部颁布的《普通高中数学课程标准(2017年版)》(以下简称《课标(2017年版)》),对高中数学教学内容的设置不分文理科.

① 基金项目:本文系2016年全国教育科学规划课题“高中生数学核心素养培养的策略及评价研究”(编号DHA160364)的阶段研究成果.

表1 几个主要教学大纲(课程标准)中文理科教学内容差异对比分析表

年份及教学大纲	教学内容	文理科教学内容的差异	备注
1978年《全日制十年制学校中学数学教学大纲(试行草案)》	高一年级:幂函数、指数函数、对数函数;三角函数;两角和与差的三角函数;*反三角函数;空间图形;二次曲线.高二年级:极坐标和参数方程;线性方程组;复数;排列、组合和二项式定理;概率;逻辑代数简介;数列和极限;导数的应用;不定积分;定积分其应用.	无	中学实行“三·二”五年制学制(高中二年制). *表示“选学内容”(下同).
1980年《中小学数学教材改革第二次座谈会纪要》 ^[6]	提出“三·三”制中学高中的数学教学内容可在“三·二”制中学高中教学内容的基础上,对微积分的内容适当加宽加深,并增加向量初步.在概率和矩阵方面增加一些选学内容,但均不宜加得过多和要求过高.	对准备升入高等学校文科各专业的学生和进入对数学要求不高的生产劳动部门的学生,建议将高中数学教材试用本中的“反三角函数和三角方程”、“极坐标和参数方程”、“线性方程组”、“不等式的性质和证明”等作为选学内容,微积分可以只学有理整函数的微分和积分.	建议“三·三”制中学从高中二年级开始,采取选修课的办法或试行文理分科教学;首次提出文理分科教学.
1981年《全日制六年制重点中学数学教学大纲(草案)(征求意见稿)》 ^[7]	在《全日制十年制学校中学数学教学大纲(试行草案)》的基础上精选内容、增加新的数学内容.把微积分、概率统计、向量、矩阵和逻辑代数等初步知识作为中学数学的必学内容或选学内容.	在原1978年《全日制十年制学校中学数学教学大纲(试行草案)》的基础上,六年制教学计划规定:侧重理科的,适当充实选学内容,侧重文科的,适当精减内容,降低要求.新增加的内容中,文科只学概率统计的初步知识. ^[8]	决定五年制中学逐步过渡为六年制中学;第一次把高中数学课程分为单科性选修和分科性选修,分科性选修从高二起分为文、理两科;此大纲没有实际,但自此高中阶段正式进行文、理科分科教学.
1983年《高中数学教学纲要(草案)》 ^[9]	“基本要求”教学内容分为代数、立体几何和平面解析几何三大块,具体包括:幂函数、指数函数、对数函数;三角函数;两角和与差的三角函数;反三角函数和简单三角方程;数列、极限、数学归纳法;不等式;*行列式和线性方程组;复数;排列、组合和二项式定理;*概率;直线和平面;多面体和旋转体;直线;圆锥曲线;参数方程、极坐标.	在“基本要求”内容中,“反三角函数和三角方程”、“极坐标和参数方程”、“不等式的性质和证明”,这些内容对准备升入高校文科各专业的学生不作要求.1984年、1985年对他们的要求仍按《中小学数学教材改革第二次座谈会纪要》的规定进行. ^[10]	提出“基本要求”和“较高要求”.高中阶段学制二年制、三年制并存.
1986年《全日制中学数学教学大纲》 ^[11]	在1983年《高中数学教学纲要(草案)》的“基本要求”内容的基础上,在高中阶段增加极限的简单应用和概率的初步知识,作为选学内容.高中阶段的教学内容分代数、立体几何、平面解析几何三科;附录中列出“较高要求”的内容.	对文科生“反三角函数和三角方程”、“不等式的性质与证明”及“参数方程和极坐标”不作要求.	高中阶段学制二年制、三年制并存.

续表

年份及教学大纲	教学内容	文理科教学内容的差异	备注
1996 年《全日制普通高级中学数学教学大纲（供试验用）》	必修课教学内容：集合、简易逻辑；函数；不等式；平面向量；三解函数；数列、数学归纳法；直线和圆的方程；圆锥曲线方程；直线、平面、简单几何体；排列、组合、二项式定理；概率。 限定选修课教学内容：供理科选用部分：概率与统计、极限、导数与微分、积分、复数等内容。供文科、实科选用部分：统计、极限与导数、复数。	文科选修内容明显少于理科。即使文、理科相同的内容要求也存在一定差异。例如对于导数，文科只要求有理整函数的层数，导数的应用只要求切线的斜率和瞬时速度；文科不要求复数的三角形式及三角形式的乘除、乘方、开方的运算。	高中数学课程设置为必修课、限定选修课和任意选修课。限定选修课在高中三年级三设，分为理科、文科和实科三种水平。第一次将文、理科限定选修课的教学内容分开设置。
2003 年《普通高中数学课程标准（实验）》 ^[13]	必修课程由 5 个模块构成：数学 1 教学内容：集合、函数概念与基本初等函数 I（指数函数、对数函数、幂函数）；数学 2 教学内容：立体几何初步、平面解析几何初步；数学 3 教学内容：算法初步、统计、概率；数学 4 教学内容：基本初等函数 II（三角函数）、平面上的向量、三角恒等变换；数学 5 教学内容：解三角形、数列、不等式等内容。选修课程分成 4 个系列，对于文史类的学生选修系列 1，对于理工类的学生选修系列 2。系列 3 和系列 4 是进一步拓展或提高学生素养的课程。	系列 1 与系列 2 对比，常用逻辑用语、统计案例、数系扩充与复数等内容及要求相同；而导数及其应用、圆锥曲线与方程、推理与证明内容基本相同，但要求不同（例如理科在导数及其应用方面，还要求能求简单的复合函数的导数、了解定积分与微积分基本定理）；文理科不同内容：文科安排“框图”，理科安排空间中向量与立体几何、计数原理、离散型随机变量及其分布列。	变通高中数学课程设置为模块形式，模块分为必修课程和选修课程。
2018 年《普通高中数学课程标准（2017 年版）》 ^[14]	课程内容突出函数、几何与代数、概率与统计、数学建模活动与数学探究活动四条主线，它们贯穿必修课程、选择性必修课程中，数学文化融入课程内容。选修课程是为学生确定发展方向提供引导，为学生展示数学才能提供平台，为学生发展数学兴趣提供选择，为大学自主招生提供参考，分为 A、B、C、D、E 五类课程，分别供有志于学习数理类、经济社会类、人文类、体美音类、拓展视野类（包括大学先修类）的学生选择。	无	高中数学课程分为必修课程、选择性必修课程和选修课程。采用统一教学内容和评价标准，重新建构数学科知识和能力体系，优化课程结构、突出主线、主题、核心素养，精选内容。

通过教学大纲（课程标准）对比，可以看出恢复高考制度以来，70 年代和 80 年代初中期，文理科教学内容的主要差异在于“反三角函数和三角方程”、“极坐标和参数方程”、“线性方程组”、“不等式的性质和证明”，这些内容，理科为必学，文科为选学。80 年代后期，相应教学大纲对文理科教学内容都有所调整，调整的内容主要包括微积分、概率与统计、立体几何，有的是适当充实或删减内容，有的是将必学内容改为选学内容。90 年代中后期，在共同必修内容要求的基础上，理科还要求概率与统计、极限、导数与微分、积分、复数等内

容，文科还要求统计、极限与导数、复数，文理科相同的内容在要求上存在差异。2004 年实行国家课程标准后，文理科教学内容主要差异在立体几何、统计与概率，而解析几何和三角函数的差异最小。^[15]特别地，《2017 年普通高中数学学科教学与评价指导意见》与《普通高中数学课程标准（实验）》进行对比有较大差异：在原必修课程内容基础上删除了算法初步、数列、不等式等内容；在选修 I 课程内容中，对文科数学（系列 1）进行了删减和扩充，删除了推理与证明、框图等内容，增加了原必修课程中的数列、不等式（不含二元一次不

等式、简单线性规划)的内容,以及理科数学中的空间向量与立体几何、计数原理、概率、数学建模活动的内容,而常用逻辑用语比原来文科数学减少了4种命题及其之间的相互关系、简单的逻辑联结词等内容.计数原理比原理科数学减少用计数原理、排列与组合解决简单实际问题的内容.

除了表1中列出的教学大纲,还有一些相应大纲的修订版,这些修订版大纲与原大纲相比,均有一些变化.例如,2000年的《全日制普通高级中学数学教学大纲(试验修订版)》与1996年的《全日制普通高级中学数学教学大纲(供试验用)》对比,高中数学课程设置改为必修课程和限定选修课程.必修课程中首次设置研究性课程;限定选修课程分为选修Ⅰ和选修Ⅱ.高一、高二年级学习必修课程,高三年级进行文理分科,文科生选修Ⅰ课程,理科生选修Ⅱ课程.文科删除了复数的内容,增加了微积分建立的时代背景和历史意义;理科“概率”内容删除了连续型随机变量的概率密度,

“极限”内容删除了两个重要极限,“积分”内容删除了极坐标系中平面图形的面积,也增加了微积分建立的时代背景和历史意义,数学归纳法由原必修课程移到理科中.另外理科在学时方面有所降低;文理科“统计”的内容均删除了用样本方差估计总体方差、用频率分布估计总体分布、累积频率分布,增加了总体分布的估计、正态分布、线性回归等内容.^[16]

2 考试大纲(考试说明)中文理科考试内容差异的对比分析

全国统一考试高考数学考试大纲(考试说明)是指导高考数学命题的纲领性文件,是对教学大纲(课程标准)的细化,为命题提供依据和规范,通常包括考试性质、考试要求、考试内容、考试形式与试卷结构、题型示例等方面的内容.我们对40多年来几个主要的考试大纲(考试说明)中文理科考试内容的差异进行对比分析(见表2).

表2 几个主要考试大纲(考试说明)中文理科考试内容差异对比分析表

年份及教学大纲	文理科考试内容的差异	备注
1978年《一九七八年全国高等学校招生考试复习大纲》 ^[17]	无	考试内容包含代数、几何、三角三部分.高考数学以初等数学知识为主.全国中等学校教材不统一,各地区学生水平参差不齐.考虑到各地区教学的实际情况,反三角函数、复数、排列组合、参数方程、极限等没有列入.
1979年《一九七九年全国高等学校招生考试复习大纲》 ^[18]	无	考试内容包含代数、几何、三角、平面解析几何四部分内容,考虑到当时中学数学教学的实际情况,排列组合、极限、极坐标和复数等内容暂时没有列入.
90年代《数学科考试说明》	文史类命题范围是大纲中高中阶段的教学内容(必学内容),理工农医类的命题范围,除包括文史类的命题范围外,还包括大纲中的选学内容:“反三角函数和简单三角方程、参数方程和极坐标”. ^[19]	1991第一次颁布《数学科考试说明》
2004年《普通高等学校招生全国统一考试大纲(数学新课程版)》	按代数、三角函数、立体几何与平面几何、统计与概率、解析几何五个知识领域,从了解、理解、掌握三个考核层次对高考数学文、理科知识内容进行统计,文、理科知识内容各为150个和172个考试知识点.代数领域,文科认知层次为了解的比理科多1个知识点,理解和掌握认知层次分别比理科少4个和3个知识点;立体几何与平面几何领域,文科在了解、理解、掌握认知层次比理科分别少2、4、2个知识点;统计与概率领域,了解、理解认知层次文科比理科分别少3、4个知识点;解析几何领域,了解、掌握认知层次文科比理科少1个知识点,理解层次文科比理科多1个知识点;三角函数领域,文、理科层次要求一样. ^[20]	2004年进行高中课程改革,实行新的国家标准.高考数学考试内容包括必考和选考两部分,增加了算法、推理与证明、三视图、框图等现代数学内容.

续表

年份及教学大纲	文理科考试内容的差异	备注
2010 年《普通高等学校招生全国统一考试大纲(课程标准实验版·2010 年版)》 ^[21]	“考试范围与要求”方面,理科有二十一个知识模块,172 个知识点,文科有二十个知识模块,150 个知识点.文科有框图知识模块,理科没有.理科有空间向量与立体几何、计数原理、随机变量及其分布模块,文科没有.文理科相同模块下知识点和知识点的层次存在差异. ^[22]	2010 年教育部考试中心以《普通高中数学课程标准(实验)》为基础制定《普通高等学校招生全国统一考试大纲(课程标准实验版·2010 年版)》
2016 年《关于 2017 年普通高考考试大纲修订内容的通知》 ^[23]	在考试内容与范围方面,删去选修 4-1“几何证明选讲”,没有改变原《考试大纲》文、理科其它方面的命题要求.	继续强调对数学文化的考查要求,首先提出对数学核心素养的考查要求.

通过考试大纲(考试说明)对比,可以看出,1978—1980 年的考试复习大纲都没有指出文理科的考试内容差异.80 年代,文理科考试内容主要差异在“反三角函数和三角方程、极坐标和参数方程、线性方程组、不等式的性质和证明”.1991 年第一次颁布《数学科考试说明》,1991 年之前,全国统一考试高考数学命题的主要依据是教学大纲,由文理科教学内容的差异而对文理卷考试内容要求不同.90 年代文理科考试内容差异主要是选学内容的“反三角函数和简单三角方程、参数方程和极坐标”.

2004 年开始,全国普通高等学校招生实行“统一考试,分省命题”,2005 年,随着高考分省自主命题的推进,原全国统一的考试说明改为考试大纲,由教育部考试中心颁布《普通高等学校招生全国统一考试大纲》(以下简称《考试大纲》),各地在全国统一的《考试大纲》基础上制定符合本省实际的《考试说明》.2005—2008 年,每年的考试大纲与前一年对比,文理科都有些变化.例如,2005 年与 2004 年《考试大纲》对比,文科导数中的考试要求,增加了“掌握函数 $y=c$ (c 为常数)的导数公式”,理科在概率与统计中删除了“总体特征的估计”、复数中删除了“引进复数的必要性”;2006 年与 2005 年《考试大纲》对比,文科在“理解圆的参数方程”前面增加了“了解参数方程的概念”,提高了对参数方程的要求,理科将“理解闭区间上连续函数有最大值和最小值”降低为“了解”;2007 年与 2006 年《考试大纲》对比,文理科都降低了一些要求,将“理解任意角的概念、弧度的意义”,改为“了解任意角的概念、弧度的意义”;文科在直

线、平面、简单几何体(B)的考试要求中删除了“理解直线和平面垂直的概念”;2008 年与 2007 年《考试大纲》对比,文理科都删除了三角函数中“了解余切、正割、余割的定义”,删除了直线与圆的方程中“了解参数方程的概念、理解圆的参数方程”.2008—2010 年《考试大纲》关于文理科要求没有变化.2010—2016 年关于文理科考试要求都按《普通高等学校招生全国统一考试大纲(课程标准实验版·2010 年版)》.2016 年教育部考试中心下发的《关于 2017 年普通高考考试大纲修订内容的通知》对考试内容与范围做了一项重大调整,文理科删去选修 4-1“几何证明选讲”,高考数学选考模块的试题由原来三选一变成二选一.2017—2019 年的《考试大纲》,文理科考试内容没有变化.^[24-25]

3 高考数学全国卷文理卷对比分析

以全国统一考试高考数学全国卷、全国 I 卷、新课标全国 I 卷为统计对象(2003 年以前以全国卷为统计对象;2004 年起,教育部在此前上海、北京试点的基础上,推广高考分省命题,^[26]2004 年后高考数学出现多套试卷,因此 2004 年起我们以全国 I 卷为统计对象;从 2007 开始高考数学出现新课标卷,2009 年后陆续有以前使用全国 I、II 卷的省份进入新课标卷,到 2010 年更名为新课标全国卷,2011 年后才有较多省份使用新课标全国 I 卷,因此 2011 年起以新课标全国 I 卷为统计对象.) (以下均简称“全国卷”).另外,因 1977 年恢复高考第一年为各省自主命题,所以统计是从 1978 年开始.

3.1 试卷定量对比分析

对 40 多年来高考数学全国卷文理卷的满分值、试题量、附加题的设置、完全相同的题量、完全相同题的总分值、同题率进行定量对比分析(多选题按 1 题按 1 题计算,以小题计数).

(1) 关于试卷满分值

1978 年高考数学全国卷是文理合卷,理科考生需多做最后一道 20 分的试题.对于文科考生,完全做对总分为 80 分的所有试题,将折合为 100 分.^[27]1979 年开始,高考数学全国卷文理分卷.1978—1980 年文理卷满分值均为 100 分,1981 年和 1982 年文科卷满分值为 100 分,理科卷满分值为 120 分,理科卷比文科卷多一道 20 分的附加题.1983—1992 年文理卷的满分值均为 120 分,1993 年至今,文理卷的满分值均为 150 分.

(2) 关于试题量

对于文理卷试题量,1978—1987 年理科卷一般比文科卷多 1~2 题,有些是多 1 题附加题,从

1988 年开始,文理卷试题量一样;1988—1999 年文理卷试题量在 24~28 题之间,2000 年至今,文理卷试题量均为 22 题.

(3) 关于附加题

40 多年来,试卷中设置附加题的情况是:1980 年、1984—1987 年理科卷最后有一道附加题,但成绩不计入总分,只作参考.只有 1981 年和 1982 年理科卷最后那道附加题得分值计入总分.2002 年文科卷出现一小题附加题,设置在试卷最后一道题的第 3 问,解答正确加 4 分,但全卷总分不超过 150 分.其它年份全国卷没有再出现附加题.

(4) 关于文理卷试题完全相同的题量、完全相同题的总分值

对 40 多年高考数学全国卷文理卷试题完全相同的题量、完全相同题的总分值进行统计,将统计结果制作成折线图 1(多选题按 1 题按 1 题计算,大题中有小题相同按小题数量计数).

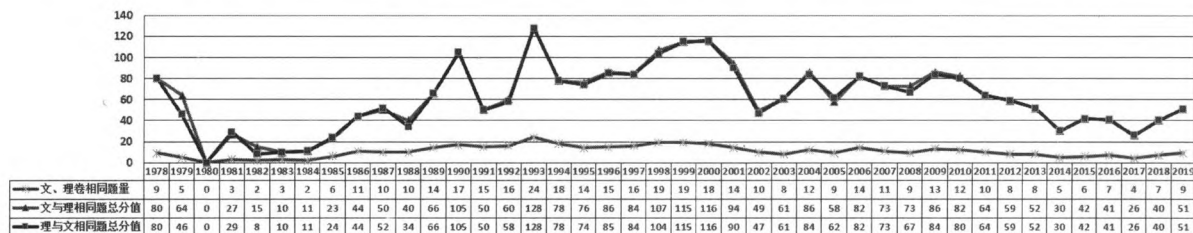


图 1 全国卷文理卷试题完全相同的题量、完全相同题的总分值折线图

由于文理卷有些完全相同的试题赋分不同,因此文理卷完全相同的试题总分值有所差异,但除 1979 年相差 18 分外,其它年份最多相差 6 分.从折线图 1 可以看出文理卷完全相同题总分值折线图相对偏离度不大.但纵观 40 多年文理卷完全相同题总分值波动比较大.1980 年文理卷完全相同的题量为 0,文理卷试题完全不同.1989—2001 年完全相同的题量在 14~24 题,是文理卷差异较小的几年.其中,1993 年相同试题量最多,达到 24 题,相同题总分值达 128 分.2001 年后文理卷差异又开始拉大,2017 年文理卷完全相同试题仅有 4 题,但 2018、2019 年相同试题量又有所回升.

(5) 关于文理卷同题率

2000 年至今,高考数学全国卷试题量均为 22 题,但在 2000 年以前,高考数学卷每年题量不尽相同.为了进一步对比文理卷的差异,我们将完全

相同的题量与当年试卷(以理科卷为参照)总题量相比,统计文科卷与理科卷完全相同的题量占当年总题量的百分比(简称“文理卷同题率”),制作出折线统计图 2.

图 2 表明,40 多年来高考数学文理卷同题率波动比较大.1978 年文理卷同题率最高,达到 90%,1980 年文理卷没有一题相同,同题率最低.1989—2001 年,文理卷同题率都在 50% 以上,达到 70% 以上的年份有 1993 年、1994 年、1998 年、1999 年、2000 年,2019 年文理卷同题率相对于前几年有所回升,向文理合卷的趋势迈进.

3.2 试题定性对比分析

一般来讲,全国卷文理卷的试卷结构基本一致.文理卷除了完全相同的试题外,还存在“相似型”和完全不同的试题.不同试题首先体现在教学大纲(课程标准)和考试大纲(考试说明)中对文理

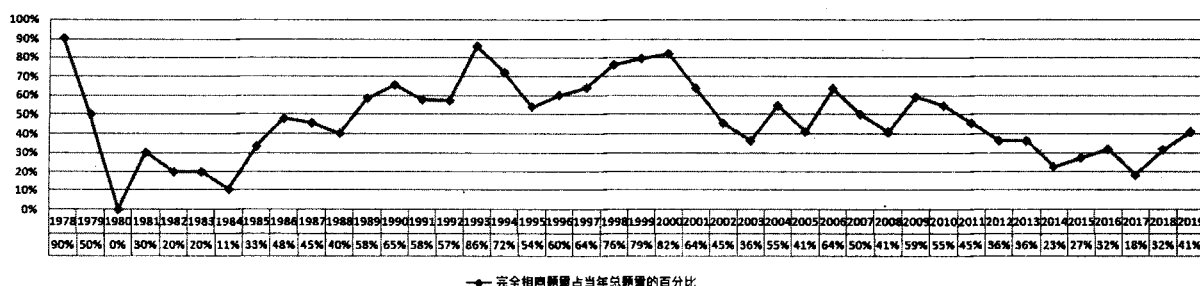


图 2 全国卷文理卷完全相同的题量占试卷总题量的百分比折线图

科知识、能力的不同要求上. 文理科没有交叉的知识, 设置的试题存在差异, 有交叉的知识, 在能力要求方面也会存在能力要求程度和思维能力考查的差别.^[28] 总体而言, 文科试题需要解决的问题相对比较具体直观, 直接顺畅, 无需过多的拐弯抹角, 解题一般是采用通性通法, 运算、推理求解能力的要求不会太高, 结论比较明显; 理科试题问题综合程度较高, 抽象性较强, 试题的思维过程较复杂, 运算和推理的步骤相对较多, 解题思路和方法比较曲折、隐蔽. 我们从题干、设问和题型三个角度对 40 多年来全国卷文理卷试题(几种常见“相似型”试题)进行对比分析, 对于文理卷完全不同的试题不做分析.

(1) 题干

文理卷试题考查的知识点相同, 但题干存在特殊与一般, 显性与隐性, 直接与间接或简单与复杂的差异. 往往是文科卷提供的是特殊的、显性的、直接的或简单的题干, 理科卷提供的是一般的、隐性的、间接的或复杂的题干, 题干的差异影响文理卷试题解答难易程度的差异.

例如, 2008 年高考全国 I 卷文、理卷第 10 题选择题, 文理卷设置的选项相同, 文科卷题干为:

若直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 有公共点, 理

科卷题干为: 若直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 通过点 $M(\cos \alpha,$

$\sin \alpha)$. 文理卷试题考查的知识点都是点到直线的

距离公式, 直线与圆的位置关系, 但文科卷显性地给出圆的方程, 理科卷则借助参数的形式隐性地给出圆的方程. 再如, 2000 年高考全国 I 卷文、理卷第 17 题解答题, 文理卷设问相同, 文科卷题干所给函数为 $y = \sqrt{3} \sin x + \cos x$, 理科卷题干所给

函数为 $y = \frac{1}{2} \cos^2 x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x \cos x + 1$. 文理卷问

题解决的关键是将所给三角函数化为同角三角函数, 但文科卷所给的函数比理科卷所给的函数简单, 文科卷将三角函数化成同角三角函数比理科卷容易.

(2) 设问

文理卷存在试题题干相同, 但设问有所不同的差异. 其不同主要体现在三个方面: 设问因文理科内容要求不同而不同; 设问因文理科相同知识模块下不同的知识点而不同; 设问因文理科考查的知识点综合程度不同而不同.

例如, 2016 年高考数学全国 I 卷文、理卷第 19 题解答题, 文理卷的题干一样, 但文科卷是从分段函数的应用、频率分布直方图、方案的选择等角度考查, 理科卷是从离散型随机变量及其分布列和数学期望的角度考查. 考查差异在于课程标准和考试大纲中对理科的要求: 理解取有限个值的离散型随机变量及其分布列、均值、方差的概念, 会计算简单离散型随机变量的均值、方差, 并能解决一些实际问题. 但这些内容对文科不作要求. 再如, 1995 年高考数学全国 I 卷文科卷第 23 题、理科卷第 25 题解答题, 文理卷都考查等比数列前 n 项和、对数的运算性质和单调性、不等式等基础知识. 但作为压轴题, 理科卷试题的第(II)问还进一步综合考查等比数列、对数、不等式等基础知识, 以及逻辑推理能力和分析、解决问题的能力.

(3) 题型

文理卷存在题干和设问完全一样, 但设置的题型不同的差异. 因题型不同, 试题分值也可能不同.

例如, 1990 年高考数学全国卷文科卷第 5 题选择题是理科卷第 16 题填空题; 2010 年高考数学全国 I 卷文科卷第 15 题填空题与理科卷第 6 题选择题一样; 再如, 1988 年高考数学全国卷理科卷填空题第 4 题与文科卷解答题第 4 题一样, 理科卷赋

予的分值是4分,但文科卷赋予的分值是10分.

4 不分文理科背景下数学科高考的思考与展望

以40多年文理分科背景下的高中数学教学大纲(课程标准)、考试大纲(考试说明)、全国统一考试高考数学全国卷文理卷为对象,进行定量和定性对比研究发现,文理科教学大纲(课程标准)、考试大纲(考试说明)的不同要求,是文理科考查目的、考查内容和考查要求差异的依据,也是高考文理卷试题设置差异的主要根源.

随着不分文理科高考改革的推进,回望40多年的文理分卷全国统一考试高考数学,这期间也有个别省份试验过文理合卷.1991年湖南、云南、海南三省的高考数学文理合卷;1999年广东省高考数学文理合卷,研究如何平衡文理两类考生在数学知识和能力方面的差异;^[29]2004年起江苏省高考数学自主命题,数学卷文理合卷;2004年上海春季高考数学也不分文理卷;对于高考数学全国卷,只有1978年文理合卷.浙江、上海作为新高考改革的首批试点,从2017—2019年进行了三年的高考数学不分文理卷的探索与实践.这些为全国卷不分文理卷的数学科高考带来了启示、积累了经验.

不分文理科的数学科高考,将以《实施意见》为指导,以《课标(2017年版)》为纲领,以“一核”“四层”“四翼”的高考评价体系^[30]为指南,以“素养立意”为导向.以下我们在对40多年文理分科的数学科高考继承与发展的基础上,从试卷命制的遵循与追求两个方面对不分文理科的数学科高考进行思考与展望.

4.1 试卷命制的遵循

(1) 考查目的

考查目的(即高考评价体系中的“一核”),是回答“为什么考”的问题.高考数学科承载着实现“立德树人、服务选才、引导教学”这一核心功能的使命,“一核”是高考数学试卷命制的第一遵循.通过设置能够表现学生正确世界观、人生观和价值观的问题情境,彰显数学科育人价值,实现数学科独特的作用和价值,实现学生健康成长成才,科学选拔人才,发展素质教育的有机统一.例如,上海、浙江三年不分文理卷的数学科高考,努力践行立德树人,体现学科育人价值.再如,2019年高考数学全国卷,突出了学科特点,有效落实“五育”并举的要求,^[31]这些实践为不分文理科背景下在落实

考查目的方面提供了有意义的借鉴.

(2) 考查内容

考查内容(即高考评价体系中的“四层”),是回答“考什么”的问题.展望不分文理科的数学科高考考试内容,我们认为不应拘泥于在文科与理科之间寻找平衡点,而应着眼于必备知识和关键能力,注意知识的系统性,关注知识的结构性,突出知识的整体性,依托集合与常用逻辑用语、不等式、平面向量、函数与导数、数列、三角函数、立体几何、平面解析几何、概率与统计等必备知识,考查学生的逻辑思维能力、运算求解能力、空间想象能力、数学建模能力、创新能力等5种关键能力,^[32]聚焦学生对数学基本概念、基本原理、基本思想方法的理解和应用,着重学生的独立思考和解决问题的能力.必备知识和关键能力是构成数学核心素养的基本要求,决定了数学核心素养考查的高度.例如,2019年上海、浙江不分文理科的高考数学试卷,在以高中数学主干内容为主体的基础上,渗透数学核心素养的考查.再如,以《课标(2017年版)》去审视2019年高考数学全国卷试题内容的设置,其考查内容实际上可以理解为遵循了函数、几何与代数、概率与统计三条内容主线,并将数学建模活动与数学探究活动这一主线作为思想方法贯穿始终.数学核心素养是《课标(2017年版)》目标的集中体现,从“四基”“四能”到“数学核心素养”是一脉相承的,期待文理合卷的数学科高考,突破以往知识、能力的二维考查内容框架,实现从“知识立意”“能力立意”向“价值引领、素养导向、能力为重、知识为基”的转变.

(3) 考查要求

考查要求(即高考评价体系中的“四翼”),是回答“怎么考”的问题.高考评价体系提出基础性、综合性、应用性和创新性的考查要求.不分文理科的数学科高考,可以通过考查数学的核心概念、基本原理和基本思想方法,体现数学的基础性;通过考查数学各分支知识、思想方法的内部联系,包括与其他学科的融合,体现数学的综合性;通过分析和解决数学与生活实践联系的真实性问题,体现数学的应用性;通过创新试题(题型结构、题序、情境、设问),考查学生对知识的灵活运用,创造性地思考、分析和解决问题,体现数学的创新性.例如,2019年高考数学全国I卷理科卷第21

题解答题,该试题情境来源于生活实践,阅读量较大,具有探索创新性,同时有效地考查了概率、数列等必备知识和思想方法,综合性强,可被认为是不分文理科背景下在落实考查要求方面提供了有意义的借鉴。

4.2 试卷命制的追求

(1)关于情境

试题情境是考查内容和考查要求实现的载体。根据数学学科特点,高考数学试题情境可分为课程学习情境、探索创新情境和生活实践情境3种类型。^[33]不分文理科的数学科高考,通过创设源于课程学习、生活实践,具有探索创新的真实性试题情境,以落实基础性、综合性、应用性和创新性的考查要求,综合考查学生的理性思维、数学应用、数学探索和数学文化的学科素养,为选拔德智体美劳全面发展的社会主义建设者和接班人服务,为高中数学教学指引方向。例如,不分文理科的浙江高考数学卷试题,注重立足于教材改编试题。再如,2019年高考数学全国卷,通过创设丰富的、真实的、贴近生活的情境,落实考查目的和考查要求,^[34]这些为不分文理科的高考数学全国卷的命制带来了启示,提供了借鉴。

(2)关于题型结构

40多年来,全国统一考试高考数学试题题型坚持稳中求变,变中求新,从1999年开始陆续出现一些考查探究能力的开放性试题。^[35]不分文理科高考,对数学科的功能定位提出了新的要求,数学科考试需创新试题形式和试卷结构,^[36]增强区分选拔功能,实现考查目的,这是高考数学的追求。在保持原有题型的基础上,可以设置适量的多项选择题,合理配备开放性试题、结构不良试题、巧妙设计试题设问。例如,张远增基于2018年高考数学浙江卷和上海卷的分析,建议按照新的绝对难度分值结构设置高考数学试卷结构。^[37]再如,经研究,多选题的设置,填空题一题多空的设置,结构不良试题的设置,有利于在提高全卷得分率的同时,发挥试题的选拔和区分功能。^[38-39]浙江省2017—2019年三年不分文理科的高考数学卷,7道填空题均以4道两空3道单空来设置。山东省2020年新高考数学模拟考试试卷,选择题由原来的12道单选题,调整为8道单选题和4道多选题,填空题由原来的4道单空题,调整为3道单

空题和1道两空题,6道解答题其中有1道是结构不良试题。这些都是有意义的实践。随着不分文理科改革的进一步深入,在某种程度上甚至可以将选择题的“8单选+4多选”调整为“6单选+6多选”,填空题的“3一空+1两空”调整为“2一空+2两空”,解答题中的结构不良试题由1题调整为2题。

(3)关于题序

高考紧密围绕科学选才、促进公平的目标,将“引导教学”纳入核心功能。固定的题序容易导致题型强化训练,引发题海战术。合理的题序能够更加有效考查必备知识和关键能力,增强考试的选拔、区分功能,有效综合考查学生的素养,实现考查目的,有效引导教学。因此,高考数学可以适当调整试题排列顺序,^[40]成熟之后,甚至可以把结构不良试题的题序往后调整,使其选拔、区分功能得以更加明显的体现出来。2019年高考数学全国卷在主观题试题内容和顺序的设计上进行了调整,例如,全国I卷对概率统计内容的考查,放在压轴题位置,打破了僵化的应试局面,为不分文理科的数学科高考提供了有意义的借鉴。

结束语

40多年的文理分科虽然已逐渐成为历史,但前世之事,后事之师,只有在继承与发展的基础上,对不分文理科的数学科高考进行积极的探索与实践,才能充分发挥高考数学科的功能,从考试的层面上给出“为什么考”、“考什么”和“怎么考”的根本回答。

参考文献

- [1]中央教育科学研究所调研组,袁振国,田慧生,于发友,方晓东,王素,李晓强,吴键,吴宽,陈如平,张竺鹏,孟万金,郝志军,高宝立,曾天山,程方平,赖立.学有所教——为制定《国家中长期教育改革和发展规划纲要》提供的六十条建议[J].教育研究,2009,30(03):3-25
- [2]中华人民共和国国务院.国务院关于深化考试招生制度改革的实施意见[EB/OL].(2014-9-3)[2017-10-02]http://old.moe.gov.cn//publicfiles/business/htmlfiles/moe/moe_1778/201409/174543.html
- [3]刘海峰.文理分科乎?[N].中国教育报,2009-03-09(005)
- [4]吕世虎,王尚志,胡凤娟,缴志清,沈婕,申铁,康杰,丁明怡,韩际清,邵丽云,孙孝武,贺航飞.《2017年普通高中数学学科教学与评价指导意见》解析[J].数学教育学报,2017,26(06):1-5
- [5]中华人民共和国教育部.全日制十年制学校中学数学教学大纲(试行草案)[M].北京:人民教育出版社,1978

- [6] 中小学数学教材改革第二次座谈会纪要[J]. 课程. 教材. 教法, 1981(02): 5-6
- [7] 人民教育出版社中小学数学编辑室. 全日制六年制重点中学数学教学大纲(草案)(征求意见稿)[J]. 数学通报, 1982(05): 1-11
- [8] 张孝达. 《六年制重点中学数学教学大纲(草案)》(征求意见稿)的几点说明[J]. 数学通报, 1982(05): 11-14
- [9] 张楠. 校长工作大全[M]. 西安: 陕西人民出版社, 1991: 857-867
- [10] 顾明远, 申果华主编. 学校考试与命题管理运作全书[M]. 北京: 开明出版社, 1995: 717
- [11] 中华人民共和国国家教育委员会. 全日制中学数学教学大纲[S]. 北京: 人民教育出版社, 1986
- [12] 国家教育委员会基础教育司. 全日制普通高级中学数学教学大纲(供试验用)[J]. 学科教育, 1996(08): 2-13
- [13] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(实验)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2003
- [14] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2018
- [15] 任子朝, 符华均, 黄正正, 张心, 陈昂. 高中文理科学生数学水平比较研究[J]. 课程·教材·教法, 2015, 35(06): 62-67+121
- [16] 黄邦杰. 《全日制普通高级中学数学教学大纲(试验修订版)》特点分析及思考[J]. 课程教材教学研究(中教研究), 2001(08): 11-15
- [17] 中华人民共和国教育部. 一九七八年全国高等学校招生考试复习大纲[M]. 沈阳: 辽宁人民出版社, 1978
- [18] 中华人民共和国教育部. 一九七九年全国高等学校招生考试复习大纲[J]. 河北教育, 1979(01): 33-35
- [19] 海浩, 成文. 全国高考试题典数学[M]. 长春: 吉林科学技术出版社, 1996: 1-8
- [20] 任子朝, 周远方, 陈昂, 田祥高. 高考数学科考核目标研究[J]. 数学通报, 2013, 52(07): 1-8
- [21] 教育部考试中心. 普通高等学校招生全国统一考试大纲(课程标准实验版)(2010年版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2009: 9-30
- [22] 曹凤山. 把握文理差异 提高复习效率——2009年以来浙江省高考数学文理科差异对比研究[J]. 中国数学教育, 2013(22): 41-43
- [23] 教育部考试中心. 关于2017年普通高考考试大纲修订内容的通知[EB/OL]. (2016-10-9) [2017-10-11] <http://www.neea.edu.cn/html1/report/16103/415-1.htm>
- [24] 教育部考试中心. 2018年普通高等学校招生全国统一考试大纲正式公布[EB/OL] (2017-12-14) [2017-12-15] <http://www.neea.edu.cn/html1/report/1712/8570-1.htm>
- [25] 教育部考试中心. 2019年普通高等学校招生全国统一考试大纲正式公布[EB/OL] (2019-1-31) [2019-2-15] <http://www.neea.edu.cn/html1/report/19012/153-1.htm>
- [26] 刘海峰, 刘亮. 恢复高考40年的发展变化[J]. 高等教育研究, 2017, 38(10): 1-9
- [27] 冬梅, 飞茂编. 十年全国高考试题解答 1978-1987 理科[M]. 北京: 农村读物出版社, 1988: 1
- [28] 陈昂, 任子朝. 数学文理科试卷难度调控策略[J]. 数学通报, 2011, 50(09): 5-7+13
- [29] 任子朝. 1999年全国普通高考数学试题分析报告[J]. 中学数学教学, 2000(02): 1-3
- [30] 教育部考试中心. 中国高考评价体系[M]. 北京: 人民教育出版社, 2019
- [31] 任子朝, 赵轩. 创设真实情境 突出学科特点 落实“五育”要求——数学高考加强体美劳考查[J]. 数学通报, 2019, 58(07): 23-27
- [32][33] 任子朝, 赵轩. 基于高考评价体系的数学科考试内容改革实施路径[J]. 中国考试, 2019(12): 27-32
- [34] 教育部考试中心. 以真情实景落实“五育并举”以理性思维践行“立德树人”——2019年高考数学试题评析[J]. 中国考试, 2019(07): 7-10
- [35] 郑雪静, 陈清华. 建国以来高考数学试题演变分析与展望[J]. 数学通报, 2017, 56(08): 52-58
- [36] 任子朝, 陈昂, 黄熙彤, 赵轩, 张敏强. 高考数学新题型试卷质量分析研究[J]. 数学教育学报, 2019, 28(01): 1-7
- [37] 张远增. 高考数学不分文理科的探索——基于2018年高考上海卷、浙江卷的分析[J]. 中国考试, 2019(05): 6-15
- [38] 任子朝, 陈昂, 黄熙彤, 赵轩. 新高考数学多选题考查功能研究[J]. 中国数学教育, 2019(Z2): 3-6+19
- [39] 任子朝, 赵轩. 数学考试中的结构不良问题研究[J]. 数学通报, 2020, 59(02): 1-3
- [40] 任子朝, 赵轩. 高考试题创新设计的研究与实践[J]. 中学数学教学参考, 2019(19): 2-5+11

(上接第3页)

数学建模是一门面向实际, 培养学生将实际问题转化为数学问题, 通过建立数学模型理解实际现象或解决实际问题的数学应用能力. 数学建模活动具有复杂性和综合性, 往往需要多人合作完成, 这个过程可以让学生深刻理解数学的演绎逻辑与现实世界的联系, 锻炼学生的学习能力、创造性思维能力、解决实际问题的经验和能力以及团队沟通协作的能力, 培养持久的毅力和信心. 数学建

模被新课程标准列为高中数学必修内容, 是时代的进步和社会发展的要求, 给中学的数学教学改革提出了挑战, 同时也必将使得数学建模教与学的研究成为一个热门研究方向.

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2018