

仪征中学 2019 届高三（上）数学填空题大赛（一试）

1. 记复数 $z = a + bi$ (i 为虚数单位) 的共轭复数为 $\bar{z} = a - bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), 已知 $z = 2 + i$, 则 $\frac{\bar{z}}{z^2} =$ _____.
2. 已知集合 $A = (-1, 3], B = \{2, 4\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
3. 若钝角三角形三个内角的度数成等差数列, 且最大边与最小边长度之比为 m , 则 m 的取值范围是_____.
4. 将函数 $y = \sqrt{3} \cos x + \sin x$ $x \in \mathbb{R}$ 的图像向左平移个 m $m > 0$ 单位长度后, 所得的图像关于 y 轴对称, 则 m 的最小值是_____.
5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + \sin x, & x \geq 0 \\ -x^2 + \cos(x + \alpha), & x < 0 \end{cases}$ 是奇函数, 则 $\sin \alpha =$ _____.
6. 若双曲线 $x^2 - y^2 = a^2$ ($a > 0$) 的右焦点与抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点重合, 则 $a =$ _____.
7. 若实数 x, y 满足 $x > y > 0$, 且 $\log_2 x + \log_2 y = 1$, 则 $\frac{x^2 + y^2}{x - y}$ 的最小值为_____.
8. 若实数 x, y 满足 $x + y - 4 \geq 0$, 则 $z = x^2 + y^2 + 6x - 2y + 10$ 的最小值为_____.
9. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 点 A, B_1, B_2, F 依次为其左顶点、下顶点、上顶点和右焦点, 若直线 AB_2 与直线 B_1F 的交点恰在椭圆的右准线上, 则椭圆的离心率为_____.
10. 已知 $A(x_A, y_A)$ 是单位圆 (圆心为坐标极点 O , 半径为 1) 上任一点, 将射线 OA 绕点 O 逆时针旋转 $\frac{\pi}{3}$ 到 OB 交单位圆于点 $B(x_B, y_B)$, 已知 $m > 0$, 若 $my_A - 2y_B$ 的最大值为 3, 则 $m =$ _____.

11. 已知 a, b 为正数, 且直线 $ax + by - 6 = 0$ 与直线 $2x + (b - 3)y + 5 = 0$ 互相平行, 则 $2a + 3b$ 的最小值为_____.

12. 曲线 $y = -\frac{1}{x} (x < 0)$ 与曲线 $y = \ln x$ 公切线 (切线相同) 的条数为_____.

13. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知首项 $a_1 > 0$, 公差 $d > 0$. 若 $a_1 + a_2 \leq 60, a_2 + a_3 \leq 100$, 则 $5a_1 + a_5$ 的最大值为_____.

14. 在平面直角坐标系 xOy 中, 设直线 $y = -x + 2$ 与圆 $x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 若圆上一点 C 满足 $\overrightarrow{OC} = \frac{5}{4}\overrightarrow{OA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{OB}$, 则 $r =$ _____.

15. 动直线 $y = k(x - \sqrt{2})$ 与曲线 $y = \sqrt{1 - x^2}$ 相交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 当 $\triangle AOB$ 的面积取得最大值时, k 的值为_____.

16. 在边长为 1 的菱形 $ABCD$ 中, $\angle A = \frac{2\pi}{3}$, 若点 P 为对角线 AC 上一点, 则 $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PD}$ 的最大值为_____.

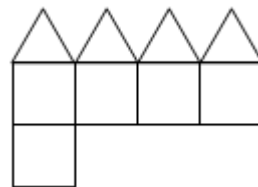
17. S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n + S_n = An^2 + Bn + C$ 且 $A > 0$, 则 $\frac{1}{A} + B - C$ 的最小值为_____.

18. 设 m, n 分别为连续两次投掷骰子得到的点数, 且向量 $\vec{a} = (m, n), \vec{b} = (1, -1)$, 则向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 的夹角为锐角的概率是_____.

19. 已知实数 x, y 满足条件 $\begin{cases} x - y \leq 0, \\ x + y - 5 \geq 0, \\ y - 3 \leq 0, \end{cases}$ 若不等式 $m(x^2 + y^2) \leq (x + y)^2$ 恒成立, 则实数 m 的最大值是_____.

20. 已知 A 为椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 上的动点, MN 为圆 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 的一条直径, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$ 的最大值为_____.

21. 已知一个空间几何体的所有棱长均为 1 cm, 其表面展开图如图所示, 则该空间几何体的体积 V 为_____ cm^3 .



22. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 4, & x \geq m, \\ x^2 + 4x - 3, & x < m. \end{cases}$ 若函数 $g(x) = f(x) - 2x$ 恰有三个不同的零点, 则实数 m 的取值范围是_____.

23. 已知 $f(x)$ 是定义在 $[-2, 2]$ 上的奇函数, 当 $x \in (0, 2]$ 时, $f(x) = 2^x - 1$, 函数 $g(x) = x^2 - 2x + m$. 如果对于 $\forall x_1 \in [-2, 2], \exists x_2 \in [-2, 2]$, 使得 $g(x_2) = f(x_1)$, 则实数 m 的取值范围是_____.

24. 已知正实数 x, y 满足 $x + \frac{2}{x} + 3y + \frac{4}{y} = 10$, 则 xy 的取值范围为_____.

25. 已知实数 $x, y \in (1, +\infty)$, 且 $xy - 2x - y + 1 = 0$, 则 $\frac{3}{2}x^2 + y^2$ 的最小值为_____.

答案:

1. $3-4i$; 2. $\{2\}$; 3. $(2, +\infty)$; 4. $\frac{\pi}{6}$; 5. -1 ; 6. $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 7. 4 ; 8. 18 ; 9. $\frac{1}{2}$;

10. $\sqrt{6}+1$; 11. 25 ; 12. 1 ; 13. 200 ; 14. $\sqrt{10}$; 15. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$; 16. $-\frac{1}{2}$;

17. $2\sqrt{3}$; 18. $\frac{5}{12}$; 19. $\frac{25}{13}$; 20. 15 ; 21. $1+\frac{\sqrt{2}}{6}$; 22. $(1, 2]$; 23. $[-5, -2]$; 24. $[1, \frac{8}{3}]$;

25. 15