江苏省仪征中学高一周练(10)

满分：150 分　　时间：120 分钟

练习范围：必修 1、必修 4（任意角、弧度制、任意角的三角函数、同角三角函数的基本关系、诱导公式）

2019. 11. 30

一、选择题：（本大题共 12 个小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的. 请将答案填涂在答题卡相应区域内.）

1. 下面与角$\frac{23\pi}{3}$终边相同的角是(　)

A. $\frac{4}{3}\pi$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{5\pi}{3}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

2. 已知$\alpha \in (0,2\pi)$，且$sin\alpha < 0$，$cos\alpha > 0$，则角α的取值范围是(　)

A. $(0,\frac{\pi}{2})$　　B. $(\frac{\pi}{2},\pi)$　　C. $(\pi,\frac{3\pi}{2})$　　D. $(\frac{3\pi}{2},2\pi)$

3. 函数$y = sinx(\frac{\pi}{6} \le x \le \frac{\pi}{2})$的值域是(　)

A. $[-1,1]$　　B. $[\frac{\sqrt{3}}{2},1]$　　C. $[\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}]$　　D. $[\frac{1}{2},1]$

4. 以下四个命题中，正确的是(　)

A. 第一象限角一定是锐角

B. $\{\alpha|\alpha = k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in Z\} \neq \{\beta|\beta = -k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in Z\}$

C. 若α是第二象限的角，则$sin2\alpha < 0$

D. 第四象限的角可表示为$\{\alpha|2k\pi + \frac{3}{2}\pi < \alpha < 2k\pi, k \in Z\}$

5. 已知扇形 OAB 的圆心角为 4，其面积是 $2cm^2$，则该扇形的周长是(　)

A. $8cm$　　B. $6cm$　　C. $4cm$　　D. $2cm$

6. 方程$2^x + x = 2$ 的解所在区间是(　)

A. (0,1)　　B. (1,2)　　C. (2,3)　　D. (3,4)

7. 在$x \in [0,2\pi]$上满足$cosx \le \frac{1}{2}$的 x 的取值范围是(　)

A. $[0,\frac{\pi}{3}]$　　B. $[\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3}]$　　C. $[\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}]$　　D. $[\frac{5\pi}{3},\pi]$

8. 若$\theta \in (0,\frac{\pi}{4})$，化简$\sqrt{1 - 2sin(\pi + \theta)\sin(\frac{3\pi}{2} - \theta)} =$(　)

A. $sin\theta - cos\theta$　　B. $cos\theta - sin\theta$　　C. $\pm(sin\theta - cos\theta)$　　D. $sin\theta + cos\theta$

9. 已知$\sin(30° + \alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2}$，　则$\cos(60° - \alpha)$的值为(　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 已知$f(x)=\begin{cases}(6-a)x-4a, & x<1\\ log_a x, & x\geq 1\end{cases}$是$(-\infty,+\infty)$上的增函数，则实数 a 的取值范围是(　)

A. $\{a|\frac{6}{5}\leq a<6\}$　　B. $\{a|\frac{6}{5}<a\leq 6\}$　　C. $\{a|1<a<6\}$　　D. $\{a|a>6\}$

11. 设函数$f(x)=\sin(\frac{\pi}{4}x-\frac{\pi}{3})$，若对任意$x\in R$都有$f(x_1)\leq f(x)\leq f(x_2)$成立，$|x_1-x_2|$的最小值为（　）

A.2　　B.3　　C.4　　D. 5

12. 已知函数$f(x)=\begin{cases}-x, x\leqslant 0\\ -x^2+2x, x>0\end{cases}$，方程$f^2(x)-bf(x)=0$，$b\in(0,1)$，则方程的根的个数是(　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

二、填空题：(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．请将答案填写在答题卡相应位置上．)

13. 已知角α的终边过点$P(-4m,3m)$，$(m<0)$，则 $2sin\alpha+cos\alpha$的值是______．

14. 函数$y=2sin^2x-3sinx+1$，$x\in[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}]$的值域为______．

15. 已知$f(n)=\cos\frac{n\pi}{4}(n\in N^*)$，则$f(1)+f(2)+\ldots+f(2019)$的值为______．

16. 若函数$f(x)=\begin{cases}-x^2+2x+1(x>0)\\ 3^x(x\leq 0)\end{cases}$，方程$f(x)=m$有两解，则实数 m 的取值范围为______．

三、解答题：(本大题共 6 小题，共 70 分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.（本小题满分 10 分）

已知集合$A=\{x|3\leq 3^x\leq 27\}$，$B=\{x|\log_2 x>1\}$.

(1) 求$A\cap(\complement_R B)$；

(2) 已知集合$C=\{x|1<x<a\}$，若$C\cap A=C$，求实数 a 的取值集合.

18.（本小题满分 12 分）

(1) 化简：$\dfrac{\tan(3\pi-\alpha)\cos(2\pi-\alpha)\sin(-\alpha+\frac{3\pi}{2})}{\cos(-\alpha-\pi)\sin(-\pi+\alpha)\cos(\alpha+\frac{5\pi}{2})}$

(2) 已知$tan\alpha=\dfrac{1}{4}$ ，求$\dfrac{1}{2cos^2\alpha-3sin\alpha cos\alpha}$的值.

19.（本小题满分 12 分）

已知$sin\theta-cos\theta=\frac{1}{5}$.

(1) 求$sin\theta\cdot cos\theta$的值；

(2) 当 $0<\theta<\pi$时，求$tan\theta$的值.

20.（本小题满分 12 分）

某生物研究者于元旦在湖中放入一些凤眼莲，这些凤眼莲在湖中的蔓延速度越来越快，二月底测得凤眼莲覆盖面积为 $24m^2$，三月底测得覆盖面积为 $36m^2$，凤眼莲覆盖面积为y(单位：m^2)与月份x(单位：月)的关系有两个函数模型$y=ka^x(k>0,a>1)$与$y=px^{\frac{1}{2}}+q(p>0)$可供选择.

(Ⅰ) 试判断哪个函数模型更合适,并求出该模型的解析式；

(Ⅱ) 求凤眼莲覆盖面积是元旦放入面积 10 倍以上的最小月份(整个月份都超过面积的 10 倍).　　(参考数据：$\lg 2\approx 0.3010,\lg 3\approx 0.4771$)

21.（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=x^2-2mx+10(m>1)$.

(1) 若$f(m)=1$，求函数$f(x)$的解析式；

(2) 若$f(x)$在区间$(-\infty,2]$上是减函数，且对于任意的x_1，$x_2\in[1,m+1]$，$|f(x_1)-f(x_2)|\le 9$ 恒成立，求实数 m 的取值范围；

(3) 若$f(x)$在区间$[3,5]$上有零点，求实数 m 的取值范围.

22.（本小题满分 12 分）

已知$g(x)=x^2-2ax+1$ 在区间$[1,3]$上的值域为$[0,4]$.

(1) 求 a 的值；

(2) 若不等式$g(2^x)-k\cdot 4^x\ge 0$ 在$x\in[1,+\infty)$上恒成立，求实数 k 的取值范围；

(3) 若函数$y=\frac{g(|2^x-1|)}{|2^x-1|}+k\cdot\frac{2}{|2^x-1|}-3k$有三个零点，求实数 k 的取值范围.

江苏省仪征中学高一周练(10)参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，共 60.0 分）

1.C

【解析】【分析】

本题主要考查终边相同的角的集合,注意集合的表示方法是解题的关键,属基础题.

根据终边相同的角的表示方法,即可得到答案.

【解答】

解：因为$\frac{23\pi}{3}=6\pi+\frac{5\pi}{3}$．所以$\frac{23\pi}{3}$与$\frac{5\pi}{3}$的终边相同.

故选 C.

2.D

【解析】解：由$sin\alpha<0,cos\alpha>0$,可得α为第四象限的角,

又$\alpha\in(0,2\pi)$,

$\therefore\alpha\in(\frac{3\pi}{2},2\pi)$.

故选：D.

直接由$sin\alpha<0,cos\alpha>0$ 可得α为第四象限的角,结合$\alpha\in(0,2\pi)$得到选项.

本题考查了三角函数的象限符号,是基础的会考题型.

3．D

【解析】解：$\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{\pi}{2}$时,$\frac{1}{2}\le sinx\le 1$, ∴函数$y=sinx(\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{\pi}{2})$的值域是$[\frac{1}{2},1]$.

故选：D.

根据正弦函数的图象与性质,即可求出对应的结果.

本题考查了正弦函数的图象与性质的应用问题,是基础题.

4．C

【解析】解：对于 A,第一象限角不一定是锐角,A 错误；

对于 B,当$k\in Z$时,$\{\alpha|\alpha=k\pi+\frac{\pi}{6},k\in Z\}=\{\beta|\beta=-k\pi+\frac{\pi}{6},k\in Z\}$,$B$ 错误；

对于 C,α是第二象限的角,$\pi+4k\pi<2\alpha<2\pi+4k\pi,k\in Z,sin2\alpha<0$,$C$ 正确；

对于 D,第四象限的角可表示为$\{\alpha|2k\pi-\frac{3}{2}\pi<\alpha<2k\pi,k\in Z\}$,$D$ 错误.

故选：C.

根据象限角与轴线角,结合三角函数的定义,对选项中的命题进行分析、判断即可.

本题考查了象限角与轴线角以及三角函数的定义和应用问题,是基础题目.

5．B

【解析】【分析】

本题考查了弧长公式与扇形面积公式,属于基础题.

利用已知条件求出扇形的半径,即可得解周长.

【解答】

解：设扇形的半径 r,

因为扇形 OAB 的圆心角为 4,所以弧长为 $4r$.

又因为其面积为 $2cm^2$,所以$\frac{1}{2}\times 4r\times r=2$,解得$r=1$.

因此扇形的周长为$1+1+4=6(cm)$．故选 B.

6．A

【解析】【分析】

本题考查函数零点存在性定理应用,属于基础题；

一般的方法是把方程转变为对应的函数,求出区间端点的函数值,并验证它们的符号是否异号即可,

构造函数$f(x)=2^x+x-2$,分别计算区间端点的函数值,再验证是否符合函数零点存在的判定内容.

【解答】

解：令$f(x)=2^x+x-2$,得函数在 R 上单调递增,

A、由$f(0)=-1,f(1)=2+1-2=1$ 知,$f(0)f(1)<0$,故 A 正确；

B、由$f(2)=4+2-2=4,f(1)=2+1-2=1$ 知,$f(2)f(1)>0$,故 B 不正确；

C、由$f(2)=4+2-2=4,f(3)=8+3-2=9$ 知,$f(2)f(3)>0$,故 C 不正确；

D、由$f(4)=16+4-2=18,f(3)=8+3-2=9$ 知,$f(4)f(3)>0$,故 D 不正确.

由零点存在定理得方程$2^x+x=2$ 的解所在区间为$(0,1)$．故选 A.

7．B

【解析】【分析】

本题考查了任意角的三角函数的定义与应用问题,是基础题.

根据余弦函数的图象和性质,即可求出结果.

【解答】

解：当$cosx\le\frac{1}{2}$时,$x\in[\frac{\pi}{3}+2k\pi,\frac{5\pi}{3}+2k\pi](k\in Z)$,

又$\because x\in[0,2\pi]$,$\therefore$满足$cosx\le\frac{1}{2}$的 x 的取值范围是$[\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3}]$.故选 B.

8．B

【解析】【分析】

本题主要考查三角函数化简求值,诱导公式以及同角三角函数基本关系式的应用,考查计算能力,属于基础题.

直接利用诱导公式以及同角三角函数基本关系式化简求解即可.

【解答】

解：因为$\theta\in(0,\frac{\pi}{4})$,$cos\theta>sin\theta$.

则$\sqrt{1-2sin(\pi+\theta)\sin(\frac{3\pi}{2}-\theta)}=\sqrt{1-2sin\theta cos\theta}=|sin\theta-cos\theta|=cos\theta-sin\theta$.

故选 B.

9．C

【解析】【分析】

本题主要考查利用诱导公式求三角函数的值,属于基础题.

利用诱导公式把要求的式子化为$\sin(30^\circ+\alpha)$,利用条件求得结果.

【解答】

解：$\cos(60^\circ-\alpha)=\sin[90^\circ-(60^\circ-\alpha)]=\sin(30^\circ+\alpha)=\frac{\sqrt{3}}{2}$．　故选 C.

10．A

【解析】【分析】

本题考查函数单调性的性质,难点在于对“$f(x)=\begin{cases}(6-a)x-4a, & x<1\\ \log_a x, & x\geqslant 1\end{cases}$是$(-\infty,+\infty)$上的增函数”的分段讨论与整体把握.

【解答】

解：$\because f(x)=\begin{cases}(6-a)x-4a, & x<1\\ \log_a x, & x\geqslant 1\end{cases}$是$(-\infty,+\infty)$上的增函数,

$\therefore$ ①当$x \geq 1$时,$f(x) = \log_a x$在$[1, +\infty)$上单调递增,$\therefore\ a > 1$,

②由$x < 1$时,$f(x) = (6-a)x - 4a$在$(-\infty, 1)$上单调递增得：$6 - a > 0$,即$a < 6$,

又$f(x) = \begin{cases} (6-a)x-4a, x<1 \\ \log_a x, \quad\quad x\geqslant 1 \end{cases}$ 是$(-\infty, +\infty)$上的增函数,

所以$(6-a)\times 1-4a\leqslant \log_a 1 \Rightarrow a\geqslant \frac{6}{5}$,

综上a的取值范围为：$\{a|\frac{6}{5} \leq a < 6\}$.

故选A.

11.　C

【解析】【分析】

本题主要考查正弦函数的最值,正弦函数的图象的特征,属于基础题.

利用正弦函数的最值,正弦函数的图象的特征,可得

$\frac{\pi}{4}x_1 - \frac{\pi}{3} = 2k\pi - \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}x_2 - \frac{\pi}{3} = 2k'\pi + \frac{\pi}{2}$,k,k'$\in \boldsymbol{Z}$,由此求得$|x_1 - x_2|$的最小值.

【解答】

解：由题意可得$f(x_1) =- 1, f(x_2) = 1$,

即$\frac{\pi}{4}x_1 - \frac{\pi}{3} = 2k\pi - \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}x_2 - \frac{\pi}{3} = 2k'\pi + \frac{\pi}{2}$,k,k'$\in \boldsymbol{Z}$,

$\therefore \frac{1}{4}|x_1 - x_2| = |2k - 2k' - 1| = \left|2\left(k - k'\right) - 1\right| = |2k_1 - 1|$,k,k',$k_1 \in \boldsymbol{Z}$

则$k_1 = 0$或1时,$|x_1 - x_2|$取得最小值,

即$|x_1 - x_2|$的最小值为4.

故选C.

12.　D

【解析】【分析】

本题考查了方程的根与函数的零点的关系应用及分类讨论与数形结合的思想应用,同时考查分段函数及函数图象的应用,属于中档题.

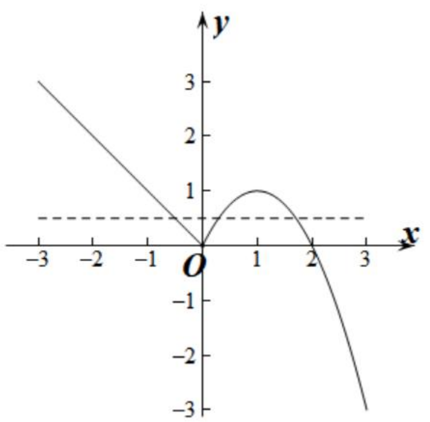
化简可得$f(x) = 0$或$f(x) = b$,作函数$f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ -x^2 + 2x, & x > 0 \end{cases}$的图象,从而可得

$f(x) = 0$有两个不同的根,$f(x) = b(0 < b < 1)$有三个不同的根.

【解答】

解：$\because f^2(x) - bf(x) = 0, \therefore f(x) = 0$或$f(x) = b$,

作函数$f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ -x^2 + 2x, & x > 0 \end{cases}$的图象如下,



结合图象可知,

$f(x)=0$ 有两个不同的根,$f(x)=b,(0<b<1)$有三个不同的根,
且 5 个根都不相同,
故方程的根的个数是 5.
故选 D.

二、填空题（本大题共 4 小题，共 20.0 分）

13. $-\frac{2}{5}$

【解析】【分析】
本题考查任意角的三角函数的定义,属于基础题.
直接利用任意角的三角函数求解即可.
【解答】
解：角α的终边过点$P(-4m,3m),(m<0)$,
所以$x=-4m>0,y=3m<0$,
$r=\sqrt{(-4m)^2+(3m)^2}=-5m$.
$\therefore sin\alpha=\frac{y}{r}=-\frac{3}{5},cos\alpha=\frac{x}{r}=\frac{4}{5}$,

$\therefore 2sin\alpha+cos\alpha=-\frac{3}{5}\times 2+\frac{4}{5}=-\frac{2}{5}$.

故答案为$-\frac{2}{5}$.

14. $[-\frac{1}{8},0]$

【解析】【分析】
本题考查了二次函数,正弦、余弦函数的图象与性质和换元法.
令$sinx=t$,求出 t 的范围,得出关于 t 的二次函数,利用二次函数的性质求出最值即可.
【解答】

解：令$sinx=t$,则$y=2t^2-3t+1=2(t-\frac{3}{4})^2-\frac{1}{8}$,

$\because x\in[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}],\therefore t\in[\frac{1}{2},1]$,

$\therefore$当$t=\frac{3}{4}$时,y 取得最小值$-\frac{1}{8}$,

当$t=\frac{1}{2}$或 1 时,y 取得最大值 0.

故答案为$[-\frac{1}{8},0]$.

15. 0

【解析】解：$\because$已知$f(n)=\cos\frac{n\pi}{4}(n\in N^*)$ 的周期为$\frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}}=8$,$f(1)+f(2)+\ldots+f(8)=$

$\frac{\sqrt{2}}{2}+0-\frac{\sqrt{2}}{2}-1-\frac{\sqrt{2}}{2}+0+\frac{\sqrt{2}}{2}+1=0$,

$f(1)+f(2)+\ldots+f(2015)=252\cdot[f(1)+f(2)+\ldots+f(8)]+f(1)+f(2)+f(3)$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}+0-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$,　　故答案为：0.

利用余弦函数的周期性,求得$f(1)+f(2)+\ldots+f(2019)$的值.
本题主要考查余弦函数的周期性,属于基础题.

16. (0,2)

【解析】【分析】

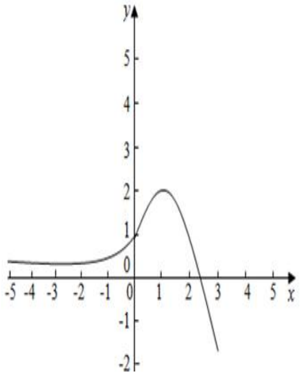
本题考查分段函数的性质及应用,方程的解与函数图象的交点问题,考查数形结合思想,属于中档题.

作出函数$f(x)=\begin{cases}-x^2+2x+1(x>0)\\3^x(x\le 0)\end{cases}$的图象,利用方程$f(x)=m$有两解,即可求出实数 m 的取值范围.

【解答】

解：由题意,函数$f(x)=\begin{cases}-x^2+2x+1(x>0)\\3^x(x\le 0)\end{cases}$,

画出图象如图所示：



可得$x\le 0, 0<3^x\le 1, x>0, f(x)\le 2$,

$\because$方程$f(x)=m$有两解,

$\therefore 0<m<2$,

所以实数 m 的取值范围为$(0,2)$,

故答案为$(0,2)$.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70.0 分）

17．解：(1)集合$A=\{x|3\le 3^x\le 27\}=\{x|3\le 3^x\le 3^3\}=\{x|1\le x\le 3\}$,

$B=\{x|\log_2 x>1\}=\{x|\log_2 x>log_2 2\}=\{x|x>2\}$,

$\therefore \complement_R B=\{x|x\le 2\}$,

$\therefore A\cap(\complement_R B)=\{x|1\le x\le 2\}$;

(2) $\because C\cap A=C, \therefore C\subseteq A$,

①当$a\le 1$ 时,$C=\varnothing$,此时$C\subseteq A$;

②当$a>1$ 时,集合$C=\{x|1<x<a\}$,$C\subseteq A$,

则 $1<a\le 3$,

综上可得,实数 a 的取值集合是$(-\infty,3]$.

【解析】本题考查交、并、补集的混合运算,子集的定义,以及指数函数、对数函数的单调性,考查分类讨论思想.

(1)由指数函数、对数函数的单调性分别求出集合 A、B,由补集的运算求出$\complement_R B$,由交集的运算求出$A\cap(\complement_R B)$;

(2)由$C\cap A=C$得$C\subseteq A$,根据条件对 a 分类讨论,分别由子集的定义求出 a 的范围,最后并在一起求出实数 a 的取值集合.

18．解：(1)原式$=\frac{-tan\alpha\cdot cos\alpha\cdot(-cos\alpha)}{-\cos\alpha\cdot(-\sin\alpha)\cdot(-\sin\alpha)}=-\frac{1}{\sin\alpha}$.

(2)因为$\frac{1}{2cos^2\alpha-3sin\alpha\cos\alpha}=\frac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{2cos^2\alpha-3sin\alpha cos\alpha}=\frac{1+\tan^2\alpha}{2-3tan\alpha}$

所以$\frac{1}{2cos^2\alpha-3sin\alpha\cos\alpha}=\frac{1+\frac{1}{16}}{2-\frac{3}{4}}=\frac{17}{20}$.

【解析】本题考查三角函数的化简求值,诱导公式的应用,考查计算能力.
(1)利用诱导公式化简求解即可.
(2)通过“1”的代换,利用同角三角函数基本关系式转化求解即可.

19. 解：(1)$(sin\theta-cos\theta)^2=1-2sin\theta cos\theta=(\frac{1}{5})^2=\frac{1}{25}\Rightarrow sin\alpha cos\alpha=\frac{12}{25}$.

(2) $\because 0<\theta<\pi$且$sin\alpha cos\alpha>0\ \therefore 0<\theta<\frac{\pi}{2}$

由$\begin{cases}sin\theta-cos\theta=\frac{1}{5}\\ sin\theta cos\theta=\frac{12}{25}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}sin\theta=\frac{4}{5}\\ cos\theta=\frac{3}{5}\end{cases}$得$tan\theta=\frac{sin\theta}{\cos\theta}=\frac{4}{3}$.

【解析】(1)可对$sin\theta-cos\theta=\frac{1}{5}$两边进行平方然后整理即可求得$sin\theta\cdot cos\theta$的值.

(2)要求$tan\theta$的值即求$sin\theta$和$cos\theta$的值故可根据$sin\theta-cos\theta=\frac{1}{5}$以及第一问的结论

$sin\theta\cdot cos\theta$的值即可求出$sin\theta$和$cos\theta$的值同时要根据 $0<\theta<\pi$以及$sin\theta\cdot cos\theta$的值的正负来确定θ的范围从而对$sin\theta$和$cos\theta$的值进行取舍.
本题主要考查了同角三角函数基本关系的运用.解题的关键是对于已知$sin\theta\pm cos\theta$的关系求$sin\theta\cdot cos\theta$常采用两边平方来求而对于第二问需利用 $0<\theta<\pi$以及$sin\theta\cdot cos\theta$的值的正负来确定θ的范围从而对$sin\theta$和$cos\theta$的值进行取舍！

20. 解：(Ⅰ)两个函数$y=ka^x(k>0,a>1)$,$y=px^{\frac{1}{2}}+q(p>0)$在$(0,+\infty)$上都是增函数,随着 x 的增加,函数$y=ka^x(k>0,a>1)$的值增加的越来越快,而函数$y=px^{\frac{1}{2}}+q(p>0)$的值增加的越来越慢.
由于风眼莲在湖中的蔓延速度越来越快,

所以函数模型$y=ka^x(k>0,a>1)$适合要求,
由题意可知,$x=2$ 时,$y=24$；$x=3$ 时,$y=36$,

所以$\begin{cases}ka^2=24\\ ka^3=36\end{cases}$, 解得$\begin{cases}k=\frac{32}{3}\\ a=\frac{3}{2}\end{cases}$,

所以该函数模型的解析式是$y=\frac{32}{3}\cdot(\frac{3}{2})^x(x\in N^*)$.

(Ⅱ) $x=0$ 时,$y=\frac{32}{3}\cdot(\frac{3}{2})^0=\frac{32}{3}$, 所以元旦放入风眼莲面积是$\frac{32}{3}m^2$,

由$\frac{32}{3}\cdot(\frac{3}{2})^x>10\times\frac{32}{3}$得$(\frac{3}{2})^x>10$,

所以$x>log_{\frac{3}{2}}10=\frac{lg10}{lg\frac{3}{2}}=\frac{1}{lg3-lg2}$,

因为$\frac{1}{lg3-lg2}\approx\frac{1}{0.4771-0.3010}\approx 5.7$,

所以$x\geq 6$,

所以 6 月底风眼莲覆盖面积是元旦放入风眼莲面积 10 倍以上，最小月份是 7 月份.

【解析】本题考查指数函数、对数函数、与幂函数的增长(衰减)差异.

(Ⅰ)判断两个函数$y=ka^x(k>0,a>1)$,$y=px^{\frac{1}{2}}+q(p>0)$在$(0,+\infty)$的单调性,说明函数模型$y=ka^x(k>0,a>1)$适合要求.然后列出方程组,求解即可.

(Ⅱ)利用 $x=0$ 时,$y=\frac{32}{3}\cdot(\frac{3}{2})^0=\frac{32}{3}$,元旦放入凤眼莲面积是$\frac{32}{3}m^2$,列出不等式转化求解即可.

21. (1)解：依题意$m^2-2m^2+10=1$,解得$m=3$ 或$m=-3$(舍去),
$\therefore f(x)=x^2-6x+10$.
(2)解：由$f(x)$在区间$(-\infty,2]$上是减函数,得$m\geq 2$,
$\therefore$当$x\in[1,m+1]$时,$f(x)_{min}=f(m)=10-m^2$,$f(x)_{max}=f(1)=11-2m$.
$\because$对于任意的x_1,$x_2\in[1,m+1]$,$|f(x_1)-f(x_2)|\leq 9$ 恒成立,
$\therefore f(x)_{max}-f(x)_{min}\leq 9$,即$m^2-2m-8\leq 0$,
解得$-2\leq m\leq 4$.
$\therefore$实数 m 的取值范围是$[2,4]$.
(3)解：$\because f(x)$在区间$[3,5]$上有零点,
$\therefore$关于 x 的方程$x^2-2mx+10=0$ 在$[3,5]$上有解.

由$x^2-2mx+10=0$,得 $2m=x+\frac{10}{x}$,

令$g(x)=x+\frac{10}{x}$,

$\because g(x)$在$[3,\sqrt{10}]$上是减函数,在$[\sqrt{10},5]$上是增函数,

$\therefore 2\sqrt{10}\leq g(x)\leq 7$,即$\sqrt{10}\leq m\leq\frac{7}{2}$

$\therefore$求实数 m 的取值范围是$[\sqrt{10},\frac{7}{2}]$.

【解析】本题考查函数与方程的应用,函数的最值以及函数的单调性的应用,考查转化思想以及计算能力.
(1)若$f(m)=1$,列出方程求出 m,即可求函数$f(x)$的解析式;
(2)若$f(x)$在区间$(-\infty,2]$上是减函数,求出函数的最值,然后通过$|f(x_1)-f(x_2)|\leq 9$ 恒成立,列出不等式,求实数 m 的取值范围;
(3)$f(x)$在区间$[3,5]$上有零点,方程$x^2-2mx+10=0$ 在$[3,5]$上有解.分离变量 $2m=x+\frac{10}{x}$,令$g(x)=x+\frac{10}{x}$,利用函数的单调性求解函数的最值,推出结果.

22. 解：(1)$g(x)=x^2-2ax+1=(x-a)^2+1-a^2$在区间$[1,3]$上的值域$[0,4]$,
若 $1\leq a\leq 3$ 时,$g(x)$的最小值为$g(a)=1-a^2$,
由 $1-a^2=0$, 可得$a=1(-1$ 舍去$)$,
$g(x)=(x-1)^2$满足在区间$[1,3]$上的值域$[0,4]$;
若$a>3$ 时,$g(x)$在$[1,3]$递减,$g(x)$的最小值为$g(3)$,

由$g(3)=10-6a=0$, 解得$a=\frac{5}{3}$(舍去);

若$a<1$,则$g(x)$在$[1,3]$递增,$g(x)$的最小值为$g(1)$,
由$g(1)=2-2a=0$, 解得$a=1$,
综上可得,$a=1$;
(2)由$g(2^x)-k\cdot 4^x\geq 0$ 即$(2^x)^2-2\cdot 2^x+1-k\cdot 4^x\geq 0$,
化为$k\leq(2^{-x})^2-2\cdot 2^{-x}+1$,

令$t = 2^{-x}$,由$x \geq 1$ 可得 $0 < t \leq \frac{1}{2}$,　则$k \leq t^2 - 2t + 1, 0 < t \leq \frac{1}{2}$,

记$h(t) = t^2 - 2t + 1, 0 < t \leq \frac{1}{2}$,

由函数单调递减,可得$h(t)$的最小值为$(\frac{1}{2} - 1)^2 = \frac{1}{4}$,

则 k 的取值范围是$k \leq \frac{1}{4}$;

(3)令$y = 0$,可化为$|2^x - 1|^2 - 2 \cdot |2^x - 1| + 1 + 2k - 3k \cdot |2^x - 1| = 0(|2^x - 1| \neq 0)$有 3 个不同的实根,

令$t = |2^x - 1|$,则$t > 0$,

由$2^x - 1 > -1$,当$x < 0$ 时,$t = |2^x - 1| = 1 - 2^x$,$t \in (0,1]$且递减,

当 $0 < x < 1$ 时,$t = |2^x - 1| = 2^x - 1$,$t \in (0,1)$且递增,

当$x = 1$ 时,$t = 1$,

当$x > 1$ 时,$t = |2^x - 1| = 2^x - 1$,$t \in (1, +\infty)$且递增,

$t^2 - (3k+2)t + 1 + 2k = 0$ 有两个不同的实数解t_1,t_2,

已知函数有 3 个零点等价为 $0 < t_1 < 1$,$t_2 > 1$ 或 $0 < t_1 < 1$,$t_2 = 1$,

记$m(t) = t^2 - (3k+2)t + 1 + 2k$,

则$\begin{cases} 2k + 1 > 0 \\ m(1) = -k < 0 \end{cases}$或$\begin{cases} h(0) = 2k + 1 > 0 \\ h(1) = -k = 0 \\ 0 < \frac{3k+2}{2} < 1 \end{cases}$,　解得$k > 0$ 或 k 无实数解,

综上可得,k 的取值范围是$(0, +\infty)$.

【解析】此题考查二次函数在闭区间上最值问题,注意对称轴和区间的关系,考查不等式恒成立问题解法,注意运用参数分离和构造函数法,考查函数零点问题,注意转化思想运用,考查分类讨论思想方法运用,以及运算化简能力,属于难题.

(1)对$g(x)$配方,求出对称轴$x = a$,讨论若 $1 \leq a \leq 3$ 时,若$a > 3$ 时,若$a < 1$,由单调性可得最小值,解方程,即可得到所求 a 的值;

(2)由题意可得$(2^x)^2 - 2 \cdot 2^x + 1 - k \cdot 4^x \geq 0$,化为$k \leq (2^{-x})^2 - 2 \cdot 2^{-x} + 1$,令$t = 2^{-x}$,求出 t 的范围,求得右边函数的最小值即可得到 k 的范围;

(3)令$y = 0$,可化为$|2^x - 1|^2 - 2 \cdot |2^x - 1| + 1 + 2k - 3k \cdot |2^x - 1| = 0(|2^x - 1| \neq 0)$有 3 个不同的实根.令$t = |2^x - 1|$,讨论 t 的范围和单调性,$t^2 - (3k+2)t + 1 + 2k = 0$ 有两个不同的实数解t_1,t_2,已知函数有 3 个零点等价为 $0 < t_1 < 1$,$t_2 > 1$ 或 $0 < t_1 < 1$,$t_2 = 1$,记$m(t) = t^2 - (3k+2)t + 1 + 2k$,由二次函数图象可得不等式组,解不等式可得 k 的范围.

江苏省仪征中学高一周练(10)参考答案

一、选择题

1-5　CDDCB　　6-10　ABBCA　　11-12 CD

二、填空题

13. $-\frac{2}{5}$　14. $[-\frac{1}{8},0]$　15. 0　16. $(0,2)$

三、解答题

17. 解：(1)集合$A=\{x|3\leq 3^x\leq 27\}=\{x|3\leq 3^x\leq 3^3\}=\{x|1\leq x\leq 3\}$,

$B=\{x|\log_2 x>1\}=\{x|\log_2 x>log_2 2\}=\{x|x>2\}$,　$\therefore \complement_R B=\{x|x\leq 2\}$,

$\therefore A\cap(\complement_R B)=\{x|1\leq x\leq 2\}$;

(2) $\because C\cap A=C$,$\therefore C\subseteq A$,

① 当$a\leq 1$时,$C=\varnothing$,此时$C\subseteq A$;

② 当$a>1$时,集合$C=\{x|1<x<a\}$,$C\subseteq A$, 则$1<a\leq 3$,

综上，实数a的取值集合是$(-\infty,3]$.

18. 解：(1)原式$=\frac{-tan\alpha\cdot cos\alpha\cdot(-cos\alpha)}{-\cos\alpha\cdot(-\sin\alpha)\cdot(-\sin\alpha)}=-\frac{1}{\sin\alpha}$.

(2)因为$\frac{1}{2cos^2\alpha-3sin\alpha\cos\alpha}=\frac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{2cos^2\alpha-3sin\alpha\cos\alpha}=\frac{1+\tan^2\alpha}{2-3tan\alpha}$

所以$\frac{1}{2cos^2\alpha-3sin\alpha\cos\alpha}=\frac{1+\frac{1}{16}}{2-\frac{3}{4}}=\frac{17}{20}$.

19．解：(1)$(sin\theta-cos\theta)^2=1-2sin\theta cos\theta=(\frac{1}{5})^2=\frac{1}{25}\Rightarrow sin\alpha cos\alpha=\frac{12}{25}$.

(2)$\because 0<\theta<\pi$且$sin\alpha cos\alpha>0\therefore 0<\theta<\frac{\pi}{2}$

由$\begin{cases}sin\theta-cos\theta=\frac{1}{5}\\ sin\theta cos\theta=\frac{12}{25}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}sin\theta=\frac{4}{5}\\ cos\theta=\frac{3}{5}\end{cases}$得$tan\theta=\frac{sin\theta}{\cos\theta}=\frac{4}{3}$.

20.解:(Ⅰ)两个函数$y=ka^x(k>0,a>1)$,$y=px^{\frac{1}{2}}+q(p>0)$在$(0,+\infty)$上都是增函数,

随着x的增加,函数$y=ka^x(k>0,a>1)$的值增加的越来越快，

而函数$y=px^{\frac{1}{2}}+q(p>0)$的值增加的越来越慢.

由于凤眼莲在湖中的蔓延速度越来越快，所以函数模型$y=ka^x(k>0,a>1)$适合要求,

由题意可知,$x=2$ 时,$y=24$；$x=3$ 时,$y=36$,

所以$\begin{cases}ka^2=24\\ ka^3=36\end{cases}$，　解得$\begin{cases}k=\frac{32}{3}\\ a=\frac{3}{2}\end{cases}$，

所以该函数模型的解析式是$y=\frac{32}{3}\cdot(\frac{3}{2})^x(x\in N^*)$.

(Ⅱ) $x=0$ 时,$y=\frac{32}{3}\cdot(\frac{3}{2})^0=\frac{32}{3}$,　所以元旦放入凤眼莲面积是$\frac{32}{3}m^2$,

由$\frac{32}{3}\cdot(\frac{3}{2})^x>10\times\frac{32}{3}$得$(\frac{3}{2})^x>10$,　所以$x>log_{\frac{3}{2}}10=\frac{lg10}{1g\frac{3}{2}}=\frac{1}{lg3-lg2}$,

因为$\frac{1}{lg3-lg2}\approx\frac{1}{0.4771-0.3010}\approx 5.7$,　所以$x\geq 6$,

所以 6 月底凤眼莲覆盖面积是元旦放入凤眼莲面积 10 倍以上，最小月份是 7 月份.

21. (1)解：依题意$m^2-2m^2+10=1$,解得$m=3$或$m=-3$(舍去),

$\therefore f(x)=x^2-6x+10$.

(2)解：由$f(x)$在区间$(-\infty,2)$上是减函数,得$m\geq 2$,

$\therefore$当$x\in[1,m+1]$时,$f(x)_{min}=f(m)=10-m^2$,$f(x)_{max}=f(1)=11-2m$.

$\because$对于任意的x_1,$x_2\in[1,m+1]$,$|f(x_1)-f(x_2)|\leq 9$恒成立,

$\therefore f(x)_{max}-f(x)_{min}\leq 9$,即$m^2-2m-8\leq 0$,

解得$-2\leq m\leq 4$.

$\therefore$实数m的取值范围是$[2,4]$.

(3)解：$\because f(x)$在区间$[3,5]$上有零点,

$\therefore$关于x的方程$x^2-2mx+10=0$在$[3,5]$上有解.

由$x^2-2mx+10=0$,得$2m=x+\frac{10}{x}$,

令$g(x)=x+\frac{10}{x}$,

$\because g(x)$在$\left[3,\sqrt{10}\right]$上是减函数,在$\left[\sqrt{10},5\right]$上是增函数,

$\therefore 2\sqrt{10}\leq g(x)\leq 7$,即$\sqrt{10}\leq m\leq\frac{7}{2}$

$\therefore$求实数m的取值范围是$[\sqrt{10},\frac{7}{2}]$.

22. 解：(1)$g(x)=x^2-2ax+1=(x-a)^2+1-a^2$在区间$[1,3]$上的值域$[0,4]$,

①若 $1\le a\le 3$ 时,$g(x)$的最小值为$g(a)=1-a^2$,由 $1-a^2=0$,可得$a=1(-1$ 舍去),

$g(x)=(x-1)^2$满足在区间$[1,3]$上的值域$[0,4]$；

②若$a>3$ 时,$g(x)$在$[1,3]$递减,$g(x)$的最小值为$g(3)$,由$g(3)=10-6a=0$, 解得$a=\frac{5}{3}$(舍去)；

③若$a<1$,则$g(x)$在$[1,3]$递增,$g(x)$的最小值为$g(1)$,由$g(1)=2-2a=0$, 解得$a=1$,

综上 ,$a=1$；

(2)由$g(2^x)-k\cdot 4^x\ge 0$ 即$(2^x)^2-2\cdot 2^x+1-k\cdot 4^x\ge 0$,化为$k\le(2^{-x})^2-2\cdot 2^{-x}+1$,

令$t=2^{-x}$,由$x\ge 1$ 可得 $0<t\le\frac{1}{2}$, 则$k\le t^2-2t+1,0<t\le\frac{1}{2}$,

记$h(t)=t^2-2t+1,0<t\le\frac{1}{2}$,

由函数单调递减, 可得$h(t)$的最小值为$(\frac{1}{2}-1)^2=\frac{1}{4}$, 则 k 的取值范围是$k\le\frac{1}{4}$;

(3)令$y=0$,可化为$|2^x-1|^2-2\cdot|2^x-1|+1+2k-3k\cdot|2^x-1|=0(|2^x-1|\ne 0)$有 3 个不同的实根,

令$t=|2^x-1|$,则$t>0$,

由$2^x-1>-1$,当$x<0$ 时,$t=|2^x-1|=1-2^x,t\in(0,1]$且递减,

当 $0<x<1$ 时,$t=|2^x-1|=2^x-1,t\in(0,1)$且递增,

当$x=1$ 时,$t=1$,

当$x>1$ 时,$t=|2^x-1|=2^x-1,t\in(1,+\infty)$且递增,

$t^2-(3k+2)t+1+2k=0$ 有两个不同的实数解t_1,t_2,

已知函数有 3 个零点等价为 $0<t_1<1,t_2>1$ 或 $0<t_1<1,t_2=1$,

记$m(t)=t^2-(3k+2)t+1+2k$,

则$\begin{cases}2k+1>0\\ m(1)=-k<0\end{cases}$或$\begin{cases}h(0)=2k+1>0\\ h(1)=-k=0\\ 0<\frac{3k+2}{2}<1\end{cases}$,

解得$k>0$ 或 k 无实数解,

综上可得,k 的取值范围是$(0,+\infty)$.