高一数学小练（24）

姓名：_____　　班级：_____　　学号：_____

一、选择题（本大题共 6 小题，共 30.0 分）

1. 已知角 α 的终边经过点 P（-5，-12），则 sin（$\frac{3\pi}{2}$ +α）的值等于（　　）

A. $-\frac{5}{13}$　　B. $-\frac{12}{13}$　　C. $\frac{5}{13}$　　D. $\frac{12}{13}$

2. 下列叙述中，正确的是（　　）

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$

B. 若$|\vec{a}|=|\vec{b}|$且$\vec{a}//\vec{b}$，则$\vec{a}=\vec{b}$

C. 若$|\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$，则$\vec{a}\perp\vec{b}$

D. 若向量$\vec{b}$与向量$\vec{a}$共线，则有且只有一个实数λ，使得$\vec{b}=\lambda\vec{a}$

3. 已知单位向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}+3\vec{b}|=\sqrt{13}$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

4. 已知函数 $f(x)=\log_2(x^2-ax+3a)$ 在[2，+∞）上是增函数，则 a 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,4]$　　B. $(-\infty,2]$　　C. $(-4,4]$　　D. $(-4,2]$

5. 幂函数$f(x)=(m^2-2m+1)x^{2m-1}$在$(0,+\infty)$上为增函数，则实数 m 的值为(　　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 1 或 2

6. 已知△ABC 是边长为 2 的等边三角形，P 为平面 ABC 内一点，则$\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$的最小值是()

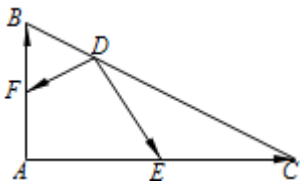
A. -2　　B. $-\frac{3}{2}$　　C. $-\frac{4}{3}$　　D. -1

二、填空题（本大题共 3 小题，共 15.0 分）

7. 函数 $y=a^{x-2}+1$（$a>0$，$a\neq1$）不论 a 为何值时，其图象恒过的定点为_____ .

8. 已知向量$\vec{a}$=（-1，2），$\vec{b}$=（m，1），若向量$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}$垂直，则 m=_____.

9. 已知在△ABC 中，$\angle A=\frac{\pi}{2}$，$AB=2$，$AC=4$，$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$，$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$，则$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DF}$的值为_____ .



三、解答题（本大题共 3 小题，共 36.0 分）

10. 已知函数 $f(x)=6x^2+x-1$.

（1）求 $f(x)$ 的零点；

（2）若 α 为锐角，且 sinα 是 $f(x)$ 的零点． 求 $\frac{tan(\pi+\alpha)\cdot cos(-\alpha)}{cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)\cdot sin(\pi-\alpha)}$ 的值；

11.平面内给定三个向量 $\vec{a}=(3,2)$， $\vec{b}=(-1,2)$， $\vec{c}=(4,1)$，求下列三个问题：

（1）试写出将 $\vec{a}$ 用 $\vec{b}$， $\vec{c}$ 表示的表达式；

（2）若 $(\vec{a}+k\vec{c})\perp(2\vec{b}-\vec{a})$，求实数 k 的值；

（3）若向量 $\vec{d}$ 满足 $(\vec{d}+\vec{b})//(\vec{a}-\vec{c})$，且 $|\vec{d}-\vec{a}|=\sqrt{26}$，求 $\vec{d}$.

12. 已知函数 $f(x)=\log_2\frac{x}{4}\cdot\log_2 2x$.

（1）求不等式 $f(x)>0$ 的解集；

（2）当 $x\in[1,4]$ 时, 求 $f(x)$ 的值域.

答案和解析

1.【答案】C

【解析】

【分析】

本题主要考查任意角的三角函数的定义，诱导公式，属于基础题. 利用任意角的三角函数的定义，诱导公式，求得 sin($\frac{3\pi}{2}$+α)的值.

【解答】

解:∵角 α 的终边经过点 P(-5，-12)，则 sin($\frac{3\pi}{2}$+α)=-cosα=-$\frac{-5}{\sqrt{25+144}}=\frac{5}{13}$，

故选 C.

2.【答案】A

【解析】

解:对于 A: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{0}$，

对于 B:若$|\overrightarrow{a}|=|\overrightarrow{b}|$且$\overrightarrow{a}\parallel\overrightarrow{b}$，则$\overrightarrow{a}=\overrightarrow{b}$或$\overrightarrow{a}=-\overrightarrow{b}$，

对于 C:若$|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|=|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|$，则$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0$，则$\overrightarrow{a}\perp\overrightarrow{b}$，若$\overrightarrow{a}=\overrightarrow{0}$或$\overrightarrow{b}=\overrightarrow{0}$，则不成立，

对于 D:若$\overrightarrow{a}=\overrightarrow{0}$，$\overrightarrow{b}\neq\overrightarrow{0}$，则任意实数 λ，都有$\overrightarrow{b}=\lambda\overrightarrow{a}$不成立，

故选:A

通过向量的加减判断 A，根据据向量共线判断 B，根据举反例判断 CD

本题考查了向量数乘运算的定义以及平面向量共线定理，需注意$\overrightarrow{0}$是一个特殊向量，方向是任意的，和所有向量都是共线向量.

3.【答案】C

【分析】

本题考查平面向量的模和夹角，可知$|\overrightarrow{a}|=|\overrightarrow{b}|=1$，这样对$|\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}|=\sqrt{13}$两边平方即可求出$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$的值，进而求出 cos$<\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}>$的值，从而得出$\overrightarrow{a}$与$\overrightarrow{b}$的夹角，属基础题.

【解答】

解: $(\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b})^2$

$=\overrightarrow{a}^2+6\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+9\overrightarrow{b}^2$

$=1+6\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+9$

=13;

$\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$；

$\therefore cos<\vec{a}, \vec{b}> = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|\left|\vec{b}\right|} = \frac{1}{2}$；

$\therefore \vec{a}, \vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$.

故选 C.

4.【答案】*C*

若函数 $f(x)=\log_2(x^2-ax+3a)$ 在 $[2, +\infty)$ 上是增函数，则 $x^2-ax+3a>0$ 且 $f(2)>0$，根据二次函数的单调性，我们可得到关于 a 的不等式，解不等式即可得到 a 的取值范围. 本题考查的知识点是复合函数的单调性，二次函数的性质，对数函数的单调区间，其中根据复合函数的单调性，构造关于 a 的不等式，是解答本题的关键.

【解答】

解：若函数 $f(x)=\log_2(x^2-ax+3a)$ 在 $[2, +\infty)$ 上是增函数，

则当 $x\in[2, +\infty)$ 时，

$x^2-ax+3a>0$ 且函数 $f(x)=x^2-ax+3a$ 为增函数.

即 $\frac{a}{2} \leq 2$，$f(2)=4+a>0$.

解得 $-4<a\leq 4$.

故选 C.

5.【答案】*C*

解：∵幂函数 $f(x)=(m^2-2m+1)x^{2m-1}$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数，

$\therefore \begin{cases} m^2-2m+1=1 \\ 2m-1>0 \end{cases}$，

解得 $m=2$.

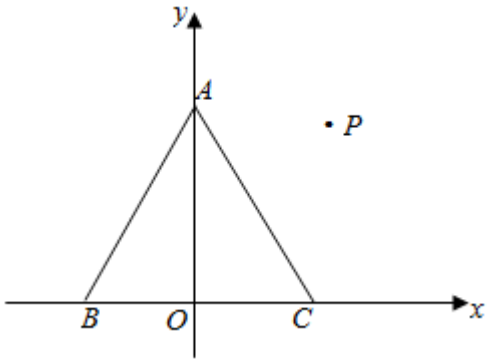
故选：C.

利用幂函数的定义及性质列出方程组，由此能求出实数 m 的值.

本题考查实数值的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意幂函数的定义及性质的合理运用.

6.【答案】*B*

解：建立如图所示的坐标系，以BC中点为坐标原点，



则A(0，$\sqrt{3}$)，B(-1，0)，C(1，0)，

设P(x，y)，则$\overrightarrow{PA}$=(-x，$\sqrt{3}$-y)，$\overrightarrow{PB}$=(-1-x，-y)，$\overrightarrow{PC}$=(1-x，-y)，

则$\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})=2x^2-2\sqrt{3}y+2y^2=2[x^2+(y-\frac{\sqrt{3}}{2})^2-\frac{3}{4}]$

∴当x=0，y=$\frac{\sqrt{3}}{2}$时，取得最小值$2\times(-\frac{3}{4})=-\frac{3}{2}$，

故选：B.

根据条件建立坐标系，求出点的坐标，利用坐标法结合向量数量积的公式进行计算即可.

本题主要考查平面向量数量积的应用，根据条件建立坐标系，利用坐标法是解决本题的关键.

7.【答案】（2，2）

【分析】

本题考查指数函数的图象过定点问题，属基础题，本题也可利用指数函数的图象变换求出. 令x-2=0，则x=2，即为定点横坐标，代入函数式可得定点纵坐标.

解：令x=2，得$y=a^0+1=2$，

所以函数$y=1+a^{x-2}$的图象恒过定点坐标是(2，2).

故答案为：(2，2).

8.【答案】7

解：∵向量$\vec{a}$=(-1，2)，$\vec{b}$=(m，1)，

∴$\vec{a}+\vec{b}$=(-1+m，3)，

∵向量$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}$垂直，

∴$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{a}=(-1+m)\times(-1)+3\times2=0$，

解得m=7.

故答案为：7.

利用平面向量坐标运算法则先求出$\vec{a}+\vec{b}$，再由向量$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}$垂直，利用向量垂直的条件能求出m的值.

本题考查实数值的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意平面向量坐标运算法则和向量垂直的性质的合理运用.

9.【答案】$-\frac{1}{4}$

解：在△ABC 中，∠A=$\frac{\pi}{2}$，

建立直角坐标系，AB=2，AC=4，$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$，$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$，

根据题意得到：

则：A(0，0)，F(0，1)，D(1，$\frac{3}{2}$)，E(2，0)

所以：$\overrightarrow{DE}=(1,-\frac{3}{2})$，$\overrightarrow{DF}=(-1,-\frac{1}{2})$

所以：$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DF}=-1+\frac{3}{4}=-\frac{1}{4}$

故答案为：$-\frac{1}{4}$

首先建立平面直角坐标系，根据向量间的关系式，求出向量的坐标，最后求出向量的数量积.

本题考查的知识要点：直角坐标系中向量的坐标运算，向量的数量及运算，属于基础题型.

10.【答案】解：（1）原式=$2^{3\times\frac{2}{3}}+(\frac{2}{3})^{4\times(-\frac{3}{4})}-1=4+\frac{27}{8}-1=\frac{51}{8}$，

（2）原式=$2+\log_6 2+\log_6 3=2+\log_6 6=3$

10 解：（Ⅰ）令 $f(x)=6x^2+x-1=0$

得零点$x=\frac{1}{3}$或$x=-\frac{1}{2}$．----------（4 分）（写成点坐标扣 1 分）

（Ⅱ）由 α 为锐角，所以$sin\alpha=\frac{1}{3}$----------（6 分）

（ⅰ）$\frac{tan(\pi+\alpha)\cdot cos(-\alpha)}{cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)\cdot sin(\pi-\alpha)}=\frac{tan\alpha\cdot cos\alpha}{sin\alpha\cdot sin\alpha}$----------（8 分）

$=\frac{1}{sin\alpha}=3$----------（10 分）

11. $\vec{a}=\frac{5}{9}\vec{b}+\frac{8}{9}\vec{c}$　　$k=-\frac{11}{18}$　　$\vec{d}=(-2,1)$ 或 $\vec{d}=(2,-3)$

12.

（1）$f(x)=\log_2\frac{x}{4}\cdot\log_2 2x$

$=(\log_2 x-2)\cdot(\log_2 x+1)$ …（2分）

令$\log_2 x=t$，∴$f(x)=g(t)=(t-2)\cdot(t+1)$，

由$f(x)>0$，可得$(t-2)(t+1)>0$，∴$t>2$或$t<-1$，…（4分）

∴$\log_2 x>2$ 或$\log_2 x<-1$，∴$x>4$或$0<x<\frac{1}{2}$．…（6分）

∴不等式的解集是$(0，\frac{1}{2})\cup(4，+\infty)$．…（7分）

（2）∵$x\in[1，4]$，∴$t\in[0，2]$，…（8分）

∴$f(x)=g(t)=(t-\frac{1}{2})^2-\frac{9}{4}$，…（9分）

∴$f_{min}(x)=g(\frac{1}{2})=-\frac{9}{4}$，…（11分）

$f_{max}(x)=g(2)=0$，…（13分）

∴$f(x)$的值域是$[-\frac{9}{4}，0]$．…（14分）