

江苏省仪征中学 2018-2019 学年第二学期高二期末复习讲义(6)

1. 若函数 $y = f(x)$ 的图像经过点 $(1, 2)$, 则 $y = f(-x) + 1$ 的图像必经过的点坐标是_____.
2. 若函数 $y = (\frac{1}{2})^{|1-x|} + m$ 的图象与 x 轴有公共点, 则 m 的取值范围是_____.
3. 已知 $f(n) = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{3n+1}$, 则 $f(k+1) - f(k) =$ _____
4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x, & x \leq 0 \\ x \ln x, & x > 0 \end{cases}$, $g(x) = kx - 1$, 若函数 $y = f(x) - g(x)$ 有且仅有 4 个不同的零点. 则实数 k 的取值范围为 _____
5. 将六名教师分配到甲、乙、丙、丁四所学校任教, 其中甲校至少分配两名教师, 其它三所学校至少分配一名教师, 则不同的分配方案共有_____种.(用数字作答).
6. 若二项展开式 $(a + \sqrt{x})^5$ 的第三项系数为 80, 则实数 $a =$ _____.
7. 已知函数 $y = f(x+1)$ 是定义域为 R 的偶函数, 且 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递减, 则不等式 $f(2x-1) > f(x+2)$ 的解集为_____.
8. 甲、乙两名运动员进行乒乓球单打比赛, 根据以往比赛的胜负情况知道, 每一局甲胜的概率为 $\frac{2}{3}$, 乙胜的概率为 $\frac{1}{3}$. 如果比赛采用“五局三胜”制, 求甲以 3:1 获胜的概率 $P =$ _____
9. 设 a 为非零实数, 偶函数 $f(x) = x^2 + a|x-m| + 1$ 在区间 $(2, 3)$ 上存在唯一零点, 则实数 a 的取值范围是_____.
10. 对于三次函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$, 定义: 设 $f''(x)$ 是函数 $y = f(x)$ 的导数 $y = f'(x)$ 的导数, 若方程 $f''(x) = 0$ 有实数解 x_0 , 则称点 $(x_0, f(x_0))$ 为函数 $y = f(x)$ 的“拐点”. 有同学发现“任何一个三次函数都有‘拐点’; 任何一个三次函数都有对称中心; 且‘拐点’就是对称中心.” 请你将这一发现为条件, 函数 $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x - \frac{1}{4}$, 则它的对称中心为_____; 计算 $f(\frac{1}{2013}) + f(\frac{2}{2013}) + f(\frac{3}{2013}) + \dots + f(\frac{2012}{2013}) =$ _____.

11、在函数 $f(x) = a \ln x + (x+1)^2 (x > 0)$ 的图象上任取两个不同点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$, 总能使得 $f(x_1) - f(x_2) \geq 4(x_1 - x_2)$, 且 $x_1 > x_2$, 则实数 a 的取值范围为_____.

12 函数 $f(x) = \begin{cases} a, & (x = 1) \\ (\frac{1}{2})^{|x-1|} + 1, & (x \neq 1) \end{cases}$, 若关于 x 的方程 $2f^2(x) - (2a+3)f(x) + 3a = 0$ 有五个不同的实数解, 则 a 的取值范围是_____.

13. 按下列要求分配 6 本不同的书, 各有多少种不同的分配方式.

(1) 分成三份, 1 份 1 本, 1 份 2 本, 1 份 3 本;

(2) 甲、乙、丙三人中, 一人得 1 本, 一人得 2 本, 一人得 3 本;

(3) 平均分成三份, 每份 2 本;

(4) 平均分配给甲、乙、丙三人, 每人 2 本;

(5) 分成三份, 1 份 4 本, 另外两份每份 1 本;

(6) 甲、乙、丙三人中, 一人得 4 本, 另外两人每人得 1 本;

(7) 甲得 1 本, 乙得 1 本, 丙得 4 本.

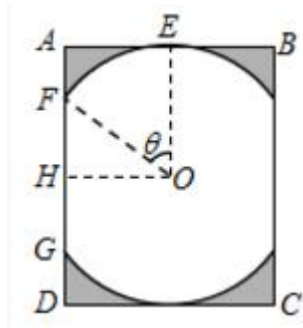
- 14、已知 $a \in \mathbf{R}$ ，函数 $f(x) = \log_2\left(\frac{1}{x} + a\right)$. (1) 当 $a = 1$ 时，解不等式 $f(x) > 1$;
- (2) 若关于 x 的方程 $f(x) + \log_2(x^2) = 0$ 的解集中恰有一个元素，求 a 的值;
- (3) 设 $a > 0$ ，若对任意 $t \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$ ，函数 $f(x)$ 在区间 $[t, t+1]$ 上的最大值与最小值的差不超过 1，求 a 的取值范围.

15. 设函数 $f(x) = m(x - \ln x) - \frac{1}{x} - \ln x, m \in \mathbf{R}$.

(I) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(II) 若 $m \in (0, 1)$ ，且 $f(x) \leq 0$ 在区间 $[1, e]$ 上恒成立，求 m 的取值范围.

16. 某景区修建一栋复古建筑，其窗户设计如图所示.圆 O 的圆心与矩形 $ABCD$ 对角线的交点重合，且圆与矩形上下两边相切(E 为上切点)，与左右两边相交(F, G 为其中两个交点)，图中阴影部分为不透光区域，其余部分为透光区域.已知圆的半径为 $1m$ ，且 $\frac{AB}{AD} \geq \frac{1}{2}$ ，设 $\angle EOF = \theta$ ，透光区域的面积为 S .



(1)求 S 关于 θ 的函数关系式，并求出定义域；

(2)根据设计要求，透光区域与矩形窗面的面积比值越大越好.当该比值最大时，求边 AB 的长度.