仪征中学 2019 届数学一轮复习补偿训练(10) 12. 11

班级________________学号_________姓名________________成绩____________.

一、填空题：

1、从分别写有 1，2，3，4，5 的 5 张卡片中随机抽取 1 张，放回后再随机抽取 1 张，则抽得的第一张卡片上的数大于第二张卡片上的数的概率为 ___________ ． 2/5

2、已知$\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})+\sin\alpha=-\frac{4\sqrt{3}}{5},-\frac{\pi}{2}<\alpha<0$，则$\cos\alpha=$___________ ． $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$

3、在任意四边形 ABCD 中，E,F 分别是 AD,BC 的中点，$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=m\overrightarrow{EF}$ 则 m=______ ．2

4、设等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_3=2$，$S_{12}=4S_6$,则a_9的值为_________ ．2 或 6

5、若对于给定的正实数k，函数 $f(x)=\frac{k}{x}$ 的图象上总存在点C，使得以C为圆心、1为半径的圆上有两个不同的点到原点O的距离为2，则k的取值范围是________． $(0,\frac{9}{2})$

6、函数 $f(x)=(x-1)\sin\pi x-1(-1<x<3)$ 的所有零点之和为__________ ．4

本题考查函数的零点，对称性质及数形结合等. 原函数的零点可看作函数 $f(x)=\sin\pi x$，$g(x)=\frac{1}{x-1}$的交点的横坐标，因为 $f(x)$ 与 $g(x)$均关于点(1,0)对称，故 $f(x)$与 $g(x)$在(-1,3)上的四个交点的横坐标之和为 4.

二、解答题：

7、在平面直角坐标系xOy中，过点 A(-2,-1)椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点为 F,

短轴端点为B_1、B_2，$\overrightarrow{FB_1}\cdot\overrightarrow{FB_2}=2b^2$。

（1）求a、b的值；

（2）过点A的直线l与椭圆C的另一交点为Q，与y轴的交点为R．过原点O且平行于l的直线与椭圆的一个交点为P．若AQ·AR=3 OP^2，求直线l的方程。

解：(1)因为$F(-c,0)$，$B_1(0,-b)$，$B_2(0,b)$，所以$\overrightarrow{FB_1}=(c,-b)$，$\overrightarrow{FB_2}=(c,b)$．

因为$\overrightarrow{FB_1}\cdot\overrightarrow{FB_2}=2b^2$，

所以$c^2-b^2=2b^2$．　① …………………………………………………… 2分

因为椭圆C过$A(-2,-1)$，代入得，$\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1$．　②

由①②解得$a^2=8$，$b^2=2$．

所以$a=2\sqrt{2}$，$b=\sqrt{2}$．…………………………………………………… 6分

(2)由题意，设直线l的方程为$y+1=k(x+2)$．

由$\begin{cases}y+1=k(x+2),\\ \dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1,\end{cases}$　得$(x+2)[(4k^2+1)(x+2)-(8k+4)]=0$．

因为$x+2\neq0$，所以$x+2=\dfrac{8k+4}{4k^2+1}$，即$x_Q+2=\dfrac{8k+4}{4k^2+1}$．………………………… 10分

由题意，直线OP的方程为$y=kx$．

由$\begin{cases}y=kx,\\ \dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1,\end{cases}$得$(1+4k^2)x^2=8$．

则$x_P{}^2=\dfrac{8}{1+4k^2}$．…………………………………………………… 12分

因为$AQ\cdot AR=3OP^2$．

所以$|x_Q-(-2)|\times|0-(-2)|=3\ x_P{}^2$．

即$\left|\dfrac{8k+4}{4k^2+1}\right|\times2=3\times\dfrac{8}{1+4k^2}$．

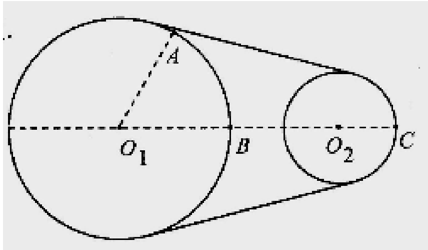
解得$k=1$，或$k=-2$．

当$k=1$时，直线l的方程为$x-y+1=0$，

当$k=-2$时，直线l的方程为$2x+y+5=0$．……………………………………… 16分

8、.如图，两个圆形飞轮通过皮带传动，大飞轮O_1的半径为$2r$（r为常数），小飞轮O_2的半径为r，$O_1O_2=4r$.在大飞轮的边缘上有两个点A，B，满足$\angle BO_1A=\dfrac{\pi}{3}$，在小飞轮的边缘上有点$C$.设大飞轮逆时针旋转一圈，传动开始时，点$B$，$C$在水平直线$O_1O_2$上.

（1）求点A到达最高点时A，C间的距离；



（第 17 题）

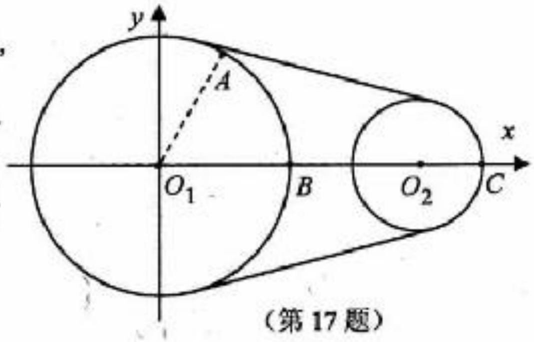
（2）求点B，C在传动过程中高度差的最大值.

17. 解：（1）以O_1为坐标系的原点，O_1O_2所在直线为x轴，如图所示建立直角坐标系.

当点A到达最高点时，点A绕O_1转过$\frac{\pi}{6}$，

则点C绕O_2转过$\frac{\pi}{3}$. ………… 2 分

此时A（0，$2r$），$C(\frac{9}{2}r,\frac{\sqrt{3}}{2}r)$. …… 4 分



（第 17 题）

$$\therefore AC=\sqrt{(\frac{9}{2}r)^2+(2r-\frac{\sqrt{3}}{2}r)^2}=\sqrt{25-2\sqrt{3}}\,r.$$

……………… 5 分

（2）由题意，设大飞轮转过的角度为θ，

则小飞轮转过的角度为2θ，其中$\theta\in[0,2\pi]$.

此时B（$2r\cos\theta$，$2r\sin\theta$），C（$4r+r\cos2\theta$，$r\sin2\theta$）. ……… 6 分

记点B,C高度差为d，则$d=|2r\sin\theta-r\sin2\theta|$.

即$d=2r|\sin\theta-\sin\theta\cos\theta|$. ……………………… 7 分

设$f(\theta)=\sin\theta-\sin\theta\cos\theta$，$\theta\in[0,2\pi]$，

则$f'(\theta)=(1-\cos\theta)(2\cos\theta+1)$. ……………………… 8 分

令$f'(\theta)=(1-\cos\theta)(2\cos\theta+1)=0$，得$\cos\theta=-\frac{1}{2}$或 1. ………… 9 分

则$\theta=\frac{2}{3}\pi$，$\frac{4}{3}\pi$，0 或2π. ………… 10 分

（阅卷说明：若$\theta\in(0,2\pi)$，无$\cos\theta=1$，即无$\theta=0$或2π，不扣分）

列表：

θ	0	$(0,\frac{2}{3}\pi)$	$\frac{2}{3}\pi$	$(\frac{2}{3}\pi,\frac{4}{3}\pi)$	$\frac{4}{3}\pi$	$(\frac{4}{3}\pi,2\pi)$	2π
$f'(\theta)$		+	0	−	0	+	
$f(\theta)$	0	↗	极大值 $f(\frac{2}{3}\pi)$	↘	极小值 $f(\frac{4}{3}\pi)$	↗	0

…………………………… 12 分

（阅卷说明：写错一个单调区间扣 1 分）

∴当 $\theta=\frac{2}{3}\pi$ 时，$f(\theta)$取得极大值为$\frac{3\sqrt{3}}{4}$；当 $\theta=\frac{4}{3}\pi$ 时，$f(\theta)$取得极小值为$-\frac{3\sqrt{3}}{4}$．

（阅卷说明：少一种情况扣 1 分）

答：点 B，C 在传动中高度差的最大值 $d_{\max}=\frac{3\sqrt{3}}{2}r$． …………………… 14 分

（阅卷说明：没有给出答或没有说明扣 1 分）