# 中档题准度与速度训练
# 参考答案

## 训练一

1. 54 【解析】由 $2a_6=6+a_7$,得 $a_6+a_6-a_7=a_6-d=a_5=6$,所以 $S_9=9a_5=54$.

2. 5 【解析】令 $f(x)=\ln x+2x-10$,则 $f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增,且 $f(4)=\ln 4-2<0$,$f(5)=\ln 5>0$,所以 $x_0\in(4,5)$.

3. $\frac{3}{5}$ 【解析】因为 $\sin A\sin B+\sin B\sin C=1-\cos 2B=2\sin^2 B$, $\sin B\neq 0$,所以 $\sin A+\sin C=2\sin B$,由正弦定理得 $a+c=2b$,且 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{a^2+b^2-(2b-a)^2}{2ab}=-\frac{1}{2}$,化简得 $\frac{a}{b}=\frac{3}{5}$.

4. $x^2+y^2=81$ 【解析】设圆心为 $C(a,0)$,半径为 $r$,则 $r^2=CC_1^2+1$ 且 $r^2=CC_2^2+9$,即 $\begin{cases}(a-4)^2+(-8)^2+1=r^2,\\(a-6)^2+6^2+9=r^2,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=0,\\r^2=81,\end{cases}$所以圆 $C$ 的方程为 $x^2+y^2=81$.

5. $\frac{3}{2}$ 【解析】以 $A$ 为坐标原点,$AB$,$AD$ 所在的直线分别为 $x$ 轴,$y$ 轴建立平面直角坐标系,则 $C(1,1)$,$M\left(1,\frac{1}{2}\right)$,设 $E(x,0)$,$x\in[0,1]$,则$\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{EM}=(1-x,1)\cdot\left(1-x,\frac{1}{2}\right)=(1-x)^2+\frac{1}{2}$,当 $x\in[0,1]$时,$(1-x)^2+\frac{1}{2}$单调递减,所以当 $x=0$ 时,$\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{EM}$取得最大值$\frac{3}{2}$.

6. $\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$ 【解析】令 $m=1$,则由题知 $a_{n+1}=a_n a_1=\frac{1}{5}a_n$,所以数列$\{a_n\}$是首项为$\frac{1}{5}$,公比为$\frac{1}{5}$的等比数列,所以 $S_n=\frac{\frac{1}{5}\left(1-\frac{1}{5^n}\right)}{1-\frac{1}{5}}=\frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{5^n}\right)<\frac{1}{4}$,故实数 $t$ 的取值范围是$\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$.

7. (1) 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$A_1C_1 /\!/ AC$.
在$\triangle ABC$ 中,因为 $D$,$E$ 分别为 $AB$,$BC$ 的中点,所以 $DE /\!/ AC$,于是 $DE /\!/ A_1C_1$.
又因为 $DE\not\subset$平面 $A_1C_1F$,
$A_1C_1\subset$平面 $A_1C_1F$,
所以直线 $DE /\!/$平面 $A_1C_1F$.
(2) 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$A_1A\perp$平面 $A_1B_1C_1$,因为 $A_1C_1\subset$平面 $A_1B_1C_1$,所以 $A_1A\perp A_1C_1$.
又因为 $A_1C_1\perp A_1B_1$,$AA_1\subset$平面 $ABB_1A_1$,$A_1B_1\subset$平面 $ABB_1A_1$,$A_1A\cap A_1B_1=A_1$,
所以 $A_1C_1\perp$平面 $ABB_1A_1$.
又因为 $B_1D\subset$平面 $ABB_1A_1$,
所以 $A_1C_1\perp B_1D$.
因为 $B_1D\perp A_1F$,$A_1C_1\subset$平面 $A_1C_1F$,$A_1F\subset$平面 $A_1C_1F$,$A_1C_1\cap A_1F=A_1$,
所以 $B_1D\perp$平面 $A_1C_1F$.
因为 $B_1D\subset$平面 $B_1DE$,
所以平面 $B_1DE\perp$平面 $A_1C_1F$.

8. (1) 因为 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,所以 $\cos\theta\sin 2\theta=\sin\theta\cos 2\theta$,
所以 $\sin\theta=0$,所以 $\theta=k\pi$,$k\in\mathbf{Z}$.
(2) $f(\theta)=\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$
$=(\cos\theta,\sin\theta)\cdot(\cos 2\theta,\sin 2\theta-1)$
$=\cos\theta\cos 2\theta+\sin\theta\sin 2\theta-\sin\theta$
$=\cos\theta-\sin\theta=\sqrt{2}\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$.
因为 $\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,所以 $\theta+\frac{\pi}{4}\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right)$,
所以 $\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)\in\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$,
所以 $f(\theta)$的值域为$(-1,1)$.

9. (1) 当 $a=-3$ 时,$f(x)=-3x^3+3x^2-x+1$,
因为 $f'(x)=-9x^2+6x-1=-(3x-1)^2\leqslant 0$,所以 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上是减函数.
(2) 由题意得 $f'(x)=3ax^2+6x-1$.