

一、单选题

- $4^{\frac{1}{2}} + \log_4 \frac{1}{2}$ 等于 ()
A. 0 B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 4
- 若 $2^x = 3$, $2^y = 4$, 则 2^{x+y} 的值为 ()
A. 7 B. 10 C. 12 D. 34
- 函数 $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(2-x)}$ 的定义域为 ()
A. $(1, +\infty)$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(1, 2)$ D. $[1, 2)$
- 计算 $\lg 200 + \frac{1}{2} \lg 25 + 5(\lg 2 + \lg 5)^3 - (\frac{1}{27})^{-\frac{1}{3}} =$ ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- 已知 $f(x) = \begin{cases} (3a-1)x + 4a, & x < 1 \\ \log_a x, & x \geq 1 \end{cases}$ 对任意的 x_1, x_2 , 都有 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} < 0$ 成立, 那么 a 的取值范围是 ()
A. $(0, 1)$ B. $(0, \frac{1}{3})$ C. $[\frac{1}{7}, \frac{1}{3})$ D. $[\frac{1}{7}, 1)$
- 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x + 1, & x \leq 1 \\ 1 - \log_2 x, & x > 1 \end{cases}$, 则满足不等式 $f(1-m^2) > f(2m-2)$ 的 m 的取值范围是 ()
A. $(-3, 1)$ B. $(\frac{3}{2}, +\infty)$
C. $(-3, 1) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$ D. $(-3, \frac{3}{2})$

二、填空题

- 已知幂函数 $y = (m^2 - m - 1)x^{m^2 - 2m - 2}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数, 则实数 $m =$ _____.
- 函数 $y = \sqrt{\frac{1}{4} - 2^{x+1}}$ 的定义域是 _____.
- 函数 $f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x, & x \geq 1 \\ 2^x, & x < 1 \end{cases}$ 的值域为 _____.

二、解答题

- 已知 $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 \leq 0$, 求函数 $y = (\frac{1}{4})^{x-1} - 4 \cdot (\frac{1}{2})^x + 2$ 的最大值和最小值.

11. 已知函数 $f(x) = \log_2 \frac{1+ax}{x-1}$ (a 为常数) 是奇函数.

(I) 求 a 的值;

(II) 若当 $x \in (1, 3]$ 时, $f(x) > m$ 恒成立. 求实数 m 的取值范围.