

# 高一数学强化练 (2) 2019.12.11

(满分: 76 分 时间: 45 分钟)

范围: 第 1 章 三角函数

一、选择题 (本大题共 4 小题, 共 20 分)

1. 将函数  $y = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位, 得到函数  $y=f(x)$  的图象, 则下列关于函数  $y=f(x)$  的说法正确的是 ( )

- A. 奇函数  
 B. 周期是  $\frac{\pi}{2}$   
 C. 关于直线  $x=\frac{\pi}{12}$  对称  
 D. 关于点  $(-\frac{\pi}{4}, 0)$  对称

2. 函数  $y = \tan(x - \frac{\pi}{4})$  的单调递增区间为 ( )

- A.  $(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2})(k \in \mathbb{Z})$   
 B.  $(k\pi, k\pi + \pi)(k \in \mathbb{Z})$   
 C.  $(k\pi - \frac{3\pi}{4}, k\pi + \frac{\pi}{4})(k \in \mathbb{Z})$   
 D.  $(k\pi - \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{3\pi}{4})(k \in \mathbb{Z})$

3. 已知  $\sin(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \frac{2}{3}$ , 则  $\cos(\frac{\pi}{4} - \alpha)$  的值等于 ( )

- A.  $-\frac{2}{3}$   
 B.  $\frac{2}{3}$   
 C.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$   
 D.  $\pm \frac{\sqrt{5}}{3}$

4. 化简  $\frac{\sin\theta}{\sqrt{1-\sin^2\theta}} + \frac{\sqrt{1-\cos^2\theta}}{\cos\theta}$  ( $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ) 的结果是 ( )

- A. 0  
 B.  $2\tan\theta$   
 C.  $-2\tan\theta$   
 D.  $\frac{1}{2\tan\theta}$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 共 20 分)

5. 已知  $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ , 且  $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ , 则  $\frac{\cos(-\alpha-\pi)\sin(2\pi+\alpha)\tan(2\pi-\alpha)}{\sin(\frac{3\pi}{2}-\alpha)\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)} =$  \_\_\_\_\_.

6. 已知  $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{4}$ , 则  $\sin(\frac{5\pi}{6} - x) + \cos^2(\frac{\pi}{3} - x) =$  \_\_\_\_\_.

7. 函数  $f(x) = \cos x - |\lg x|$  零点的个数为 \_\_\_\_\_.

8. 将函数  $f(x) = \sqrt{3}\cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度, 得到函数  $g(x)$  的图象, 则函数  $g(x)$  具有性质 \_\_\_\_\_. (填入所有正确性质的序号)

- ①最大值为  $\sqrt{3}$ , 图象关于直线  $x = -\frac{\pi}{3}$  对称;  
 ②图象关于  $y$  轴对称;  
 ③最小正周期为  $\pi$ ;

---

④图象关于点  $(\frac{\pi}{4}, 0)$  对称;

⑤在  $(0, \frac{\pi}{3})$  上单调递减.

三、解答题 (本大题共 3 小题, 共 36 分, 请写出必要的解题过程)

9. 已知角  $\alpha$  的终边在直线  $y = -\sqrt{3}x$  上,

(1) 求  $\tan\alpha$ , 并写出与  $\alpha$  终边相同的角的集合  $S$ ;

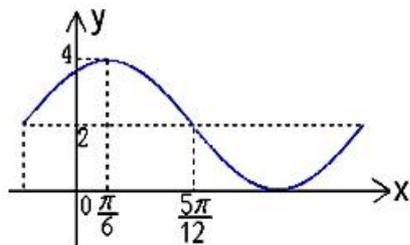
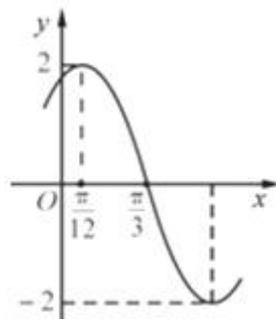
(2) 求值  $\frac{\sqrt{3}\sin(\alpha-\pi)+5\cos(2\pi-\alpha)}{-\sqrt{3}\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)+\cos(\pi+\alpha)}$ .

10. 如图为函数  $f(x) = A\sin(\omega x + \phi)$  ( $A > 0$ ,  $\omega > 0$ ,  $|\phi| < \frac{\pi}{2}$ ,  $x \in R$ ) 的部分图象.

(1) 求函数解析式;

(2) 求函数  $f(x)$  的单调递增区间;

(3) 若方程  $f(x) = m$  在  $[-\frac{\pi}{2}, 0]$  上有两个不相等的实数根, 则实数  $m$  的取值范围.



---

11. 函数  $f(x)=A\sin(\omega x+\phi)+B$  的一部分图象如图所示, 其中  $A>0$ ,  $\omega>0$ ,  $|\phi|<\frac{\pi}{2}$ .

(1) 求函数  $y=f(x)$  解析式;

(2) 求  $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$  时, 函数  $y=f(x)$  的值域;

(3) 将函数  $y=f(x)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度, 得到函数  $y=g(x)$  的图象, 求函数  $y=g(x)$  的单调递减区间.

- 1.C      2.D      3.B      4.A  
 5.  $-2\sqrt{2}$       6.  $\frac{5}{16}$       7. 4      8. ②③④

9 解: (1)  $\because$  角  $\alpha$  的终边在直线  $y = -\sqrt{3}x$  上,

$\therefore \tan \alpha = -\sqrt{3}$ , 与  $\alpha$  终边相同的角的集合  $S = \{ \alpha \mid \alpha = 2k\pi + \frac{2\pi}{3}, \text{ 或 } \alpha = 2k\pi - \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \}$ ,

即  $S = \{ \alpha \mid \alpha = k\pi + \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \}$ ;

$$\begin{aligned} (2) \quad & \frac{\sqrt{3}\sin(\alpha-\pi)+5\cos(2\pi-\alpha)}{-\sqrt{3}\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)+\cos(\pi+\alpha)} = \frac{-\sqrt{3}\sin\alpha+5\cos\alpha}{-\sqrt{3}\sin\alpha-\cos\alpha} \\ & = \frac{-\sqrt{3}\tan\alpha+5}{-\sqrt{3}\tan\alpha-1} = \frac{\sqrt{3}\tan\alpha-5}{\sqrt{3}\tan\alpha+1} = 4. \end{aligned}$$

10 解: (1) 由题中的图象知,  $A=2$ ,  $\frac{T}{4} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4}$ ,

即  $T = \pi$ , 所以  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2$ ,

根据五点作图法, 令  $2 \times \frac{\pi}{12} + \varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ,

得到  $\varphi = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}, \because |\varphi| < \frac{\pi}{2}, \therefore \varphi = \frac{\pi}{3}$ ,

$\therefore$  解析式为  $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3})$ ;

$$(2) \text{ 令 } 2k\pi - \frac{\pi}{2} \leq 2x + \frac{\pi}{3} \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z},$$

解得  $k\pi - \frac{5\pi}{12} \leq x \leq k\pi + \frac{\pi}{12}, k \in \mathbb{Z}$ ,

$\therefore f(x)$  的单调递增区间为  $[k\pi - \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{\pi}{12}], k \in \mathbb{Z}$ ;

(3) 由  $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3})$  在  $[-\frac{\pi}{2}, 0]$  上的图象如下图所示:

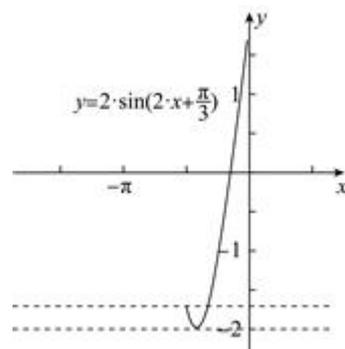
当  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0$ , 则  $-\frac{2\pi}{3} \leq 2x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{3}$ ,

所以当方程  $f(x) = m$  在  $[-\frac{\pi}{2}, 0]$  上有两个不相等的实数根时,

观察函数的图象可知,  $m \in (-2, -\sqrt{3})$  上有两个不同的实根.

11 解: (1) 根据函数  $f(x) = A\sin(\omega x + \phi) + B$  的一部分图象,

其中  $A > 0, \omega > 0, |\phi| < \frac{\pi}{2}$ ,



$$\therefore \begin{cases} A+B=4 \\ -A+B=0 \end{cases}, \therefore \begin{cases} A=2 \\ B=2 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{T}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{5\pi}{12 \cdot 6}, \therefore \omega = 2,$$

再根据五点法作图, 可得  $2 \times \frac{\pi}{6} + \phi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ,  $\therefore \phi = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ,

$$\therefore |\phi| < \frac{\pi}{2}, \therefore \phi = \frac{\pi}{6},$$

$\therefore$  函数  $y=f(x)$  的解析式为  $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6}) + 2$ ;

$$(2) \therefore x \in [0, \frac{\pi}{2}],$$

$$\therefore 2x + \frac{\pi}{6} \in [\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}],$$

$$\therefore \sin(2x + \frac{\pi}{6}) \in [-\frac{1}{2}, 1],$$

$\therefore$  函数  $y=f(x)$  的值域为  $[1, 4]$ ;

(3) 将函数  $y=f(x)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度, 得到函数  $y=g(x) = 2\sin[2(x - \frac{\pi}{4}) + \frac{\pi}{6}] + 2 = 2\sin(2x - \frac{\pi}{3}) + 2$  的图象,

对于函数  $y=g(x) = 2\sin(2x - \frac{\pi}{3}) + 2$ , 令  $2k\pi + \frac{\pi}{2} \leq 2x - \frac{\pi}{3} \leq 2k\pi + \frac{3\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ , 求得

$$k\pi + \frac{5\pi}{12} \leq x \leq k\pi + \frac{11\pi}{12}, k \in \mathbb{Z},$$

故函数  $g(x)$  的单调减区间为  $[k\pi + \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{11\pi}{12}]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .