

江苏省仪征中学 2019 届高三年级第一学期数学小题大赛（决赛）

说明：1—20 题，每题 5 分。21—25 题为附加题，每题 1 分，比赛成绩按前 20 题计算，取各班前 10%的学生为获奖者（四舍五入），颁发奖品与奖状，前 20 题分数相同时，按 21-25 题得分从高到低排名。

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$ ， $B = \{2, 4, 5\}$ ，则集合 $A \cup B$ 的元素的个数为_____。 5

2. 复数 $z = \frac{2}{1-i}$ ，（其中 i 是虚数单位），则复数 z 的共轭复数为_____。 $1-i$

3. 袋中有形状、大小都相同的 5 只球，其中 3 只白球，2 只黄球，从中一次随机摸出 2 只球，则这 2 只球颜色不同的概率为_____。 $\frac{3}{5}$

4. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，当 $x > 0$ 时， $f(x) = x^2 - 4x$ ，则不等式 $f(x) > x$ 的解集为_____。 $(-5, 0) \cup (5, +\infty)$

5. 设公比不为 1 的等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 a_2 a_3 = -\frac{1}{8}$ ，且 a_2, a_4, a_3 成等差数列，则数列 $\{a_n\}$ 的前 4 项和为_____。 $\frac{5}{8}$

6. 已知非零向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$ ，则 $\vec{a}$ 与 $2\vec{a} - \vec{b}$ 夹角的余弦值为_____。 $\frac{5\sqrt{7}}{14}$

7. 设 $f(x) = \sin^2 x - \sqrt{3} \cos x \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ ，则 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的单调递增区间为_____。 $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$

8. 若直线 $y = 2x + b$ 为曲线 $y = e^x + x$ 的一条切线, 则实数 b 的值是_____. 1

9. 设不等式 $\begin{cases} x \geq 1, \\ x - y \leq 0, \\ x + y \leq 4, \end{cases}$ 表示的平面区域为 M , 若直线 $y = kx - 2$ 上存在 M 内的点, 则实数 k 的取值范围是_____. [2, 5]

10. 设数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = 1$, 且满足 $a_{2n+1} = 2a_{2n-1}$ 与 $a_{2n} = a_{2n-1} + 1$, 则 $S_{20} =$ _____.

2056

11. 已知 $\sin \alpha = 3\sin(\alpha + \frac{\pi}{6})$, 则 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{12}) =$ _____. $2\sqrt{3} - 4$

12. 若实数 x, y 满足 $xy + 3x = 3(0 < x < \frac{1}{2})$, 则 $\frac{3}{x} + \frac{1}{y-3}$ 的最小值为_____. 8

13. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $l_1: kx - y + 2 = 0$ 与直线 $l_2: x + ky - 2 = 0$ 相交于点 P , 则当实数 k 变化时, 点 P 到直线 $x - y - 4 = 0$ 的距离的最大值为_____. $3\sqrt{2}$

14. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = 2$, $AC^2 - BC^2 = 6$, 则 $\tan C$ 的最大值是_____. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

15. 定义在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的函数 $f(x) = 8\sin x - \tan x$ 的最大值为_____. $3\sqrt{3}$

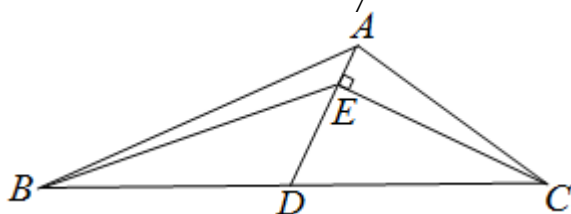
16. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若圆 $C_1: x^2 + (y-1)^2 = r^2 (r > 0)$ 上存在点 P , 且点 P 关于直线 $x - y = 0$ 的对称点 Q 在圆 $C_2: (x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ 上, 则 r 的取值范围是_____.

$[\sqrt{2} - 1, \sqrt{2} + 1]$

17. 设 P 为有公共焦点 F_1, F_2 的椭圆 C_1 与双曲线 C_2 的一个交点, 且 $PF_1 \perp PF_2$, 椭圆 C_1 的离心率为 e_1 , 双曲线 C_2 的离心率为 e_2 , 若 $e_1 = 3e_2$, 则 $e_1 = \underline{\quad\quad\quad}$. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

18. 若函数 $f(x) = x^2 - m \cos x + m^2 + 3m - 8$ 有唯一零点, 则满足条件的实数 m 组成的集合为 $\underline{\quad\quad\quad}$. $\{2\}$

19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB=3, AC=2, \angle BAC=120^\circ$, D 为边 BC 的中点. 若 $CE \perp AD$, 垂足为 E , 则 $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{EC}$ 的值为 $\underline{\quad\quad\quad}$. $-\frac{27}{7}$



20. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 P 为函数 $y = 2 \ln x$ 的图象与圆 $M: (x-3)^2 + y^2 = r^2$ 的公共点, 且它们在点 P 处有公切线, 若二次函数 $y = f(x)$ 的图象经过点 O, P, M , 则 $y = f(x)$ 的最大值为 $\underline{\quad\quad\quad}$. $\frac{9}{8}$

21. 已知 A, B 是圆 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ 上的动点, $AB = \sqrt{3}$, P 是圆 $C_2: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$ 上的动点, 则 $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}|$ 的取值范围为 $\underline{\quad\quad\quad}$. $[7, 13]$

22. 设 $\triangle ABC$ 的面积为 2, 若 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 则 $a^2 + 2b^2 + 3c^2$ 的最小值为 $\underline{\quad\quad\quad}$. $8\sqrt{11}$

23. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x+m, & x < 0, \\ x^2-1, & x \geq 0, \end{cases}$ 其中 $m > 0$. 若函数 $y = f(f(x)) - 1$ 有 3 个不同的零点, 则 m 的取值范围是 $\underline{\quad\quad\quad}$. $(0, 1)$

24. 已知平面向量 $\overrightarrow{AC} = (1, 2)$, $\overrightarrow{BD} = (-2, 2)$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ 的最小值为_____. $-\frac{9}{4}$

25. 已知函数 $f(x) = \ln x + (e - a)x - b$, 其中 e 为自然对数的底数. 若不等式 $f(x) \leq 0$ 恒成立, 则 $\frac{b}{a}$ 的最小值为_____. $-\frac{1}{e}$