高一数学期末复习综合练习 1

一、选择题：(本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1.已知角 α 的终边经过点（3，－4），则 cosα 的值为（　　）C

A.$\frac{4}{5}$　　B.$-\frac{3}{4}$　　C.$\frac{3}{5}$　　D.$-\frac{4}{3}$

2.若 $a>0$，$b>0$，则 $a+b\le 4$ 是 $ab\le 4$ 的（　　） A

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

3.若实数 $a=0.2^{0.3}$，$b=\log_{0.3}0.2$，$c=\log_{0.3}2$，则（　　）B

A. $c<b<a$　　B. $c<a<b$　　C. $a<b<c$　　D.$b<a<c$

4.已知 $f(x)$，$g(x)$分别是定义在 **R** 上的偶函数和奇函数，且 $f(x)-g(x)=x^3-2x^2$，则 $f(2)+g(2)=$(　　) D

A. 8　　B. －8　　C. 16　　D. －16

5.计算$\frac{\sqrt{1-2\sin 10°\cos 10°}}{\sin 10°-\sqrt{1-\sin^2 10°}}$的值为(　　)B

A. 1　　B. －1　　C. sin10°　　D. cos10°

6."喊泉"是一种地下水的毛细现象，人们在泉口吼叫或发出其他声音时，声波传入泉洞内的储水池，进而产生"共鸣"等物理声学作用，激起水波，形成涌泉.声音越大，涌起的泉水越高.已知听到的声强 m 与标准声调 m_0（m_0 约为10^{-12}，单位：$\mathrm{W/m^2}$）之比的常用对数称作声强的声强级，记作 L（贝尔），即 $L=\lg\frac{m}{m_0}$，取贝尔的 10 倍作为响度的常用单位，简称为分贝.已知某处"喊泉"的声音响度 y（分贝）与喷出的泉水高度 x（dm）满足关系式 $y=2x$，现知 A 同学大喝一声激起的涌泉最高高度为 50dm，若 A 同学大喝一声的声强大约相当于 10 个 B 同学同时大喝一声的声强，则 B 同学大喝一声激起的涌泉最高高度约为（　　）dm.　C

A.5　　B.10lg50　　C.45　　D.10lg5

二、多项选择题：

7.已知 $a,b,c\in$R 且 $0<a<b$，则下列结论正确的是（　　　）AB

A.$a^2<b^2$　　B.$ab<b^2$　　C.$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　D.$ac^2<bc^2$

8.函数 $f\left(x\right)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\left(x\in R\right)$ 的图象的一条对称轴可以是（　　　）CD

A. $x=\frac{\pi}{2}$　　B. $x=\frac{\pi}{12}$　　C. $x=\frac{5\pi}{12}$　　D. $x=-\frac{\pi}{12}$

9.以下式子符号为正号的有(　　　) ACD

A.tan485°sin（－447°）　B. $\sin\frac{5\pi}{4}\cos\frac{4\pi}{5}\tan\frac{11\pi}{6}$　C.$\frac{\tan 188°}{\cos(-55°)}$　D.$\frac{\cos\frac{29\pi}{6}\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)}{\sin\frac{2\pi}{3}}$

10. 已知函数 $f(x)=\log_a(x^2-ax+1)\ (a>0且a\ne 1)$，则下列为真命题的是（　　　）AC

A.当 $a=2$ 时，$f(x)$ 值域为 R　　B.存在 a，使得 $f(x)$ 为奇函数或偶函数

C.当 $a>2$ 时，$f(x)$ 的定义域不可能为 R　　D.存在 a，使得 $f(x)$ 在区间 $\left(-\infty,2\right)$ 上为减函数

三、填空题：

11.函数 $f(x)=\frac{\sqrt{2x-x^2}}{x-1}$的定义域为__________．$\left[0,1\right)\cup\left(1,2\right]$

12.已知某扇形的周长是 8cm，面积为 4cm^2，则该扇形的圆心角的弧度数是__________．2

13.已知 $x,y>0$，且 $\frac{1}{x+3}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2}$，则 $x+y$ 的最小值为__________．5

14. 设常数$a\in R$,函数$f(x)=\begin{cases}|\log_{\frac{1}{2}}x|,0<x\le 4\\ \dfrac{10}{x},x>4\end{cases}$.若方程$f(x)=a$有三个不相等的实数根$x_1,x_2,x_3$，且$x_1<x_2<x_3$，则$a$的取值范围为________,$\dfrac{x_3}{x_1\cdot x_2}$的取值范围为________.

$(0,2]$，$[5,+\infty)$（第一空 2 分，第二空 3 分）

四、解答题：

15.已知函数$f(x)=2\sin(\omega x+\dfrac{\pi}{3})$，且$\omega\neq 0$.

(1)若函数$f(x)$的图象经过点$(\dfrac{\pi}{3},2)$，且$0<\omega<3$，求ω的值;

(2)在(1)的条件下，若函数$g(x)=mf(x)+n(m>0)$，当$x\in[-2\pi,-\dfrac{\pi}{3}]$时，函数$g(x)$的值域为$[-2,1]$，求$m$，$n$的值.

15.(1) 因为函数$f(x)=2\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{3}\right)$的图象经过点$\left(\dfrac{\pi}{3},2\right)$,

所以$2\sin\left(\dfrac{\pi}{3}\omega+\dfrac{\pi}{3}\right)=2$　　所以$\dfrac{\pi}{3}\omega+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$　…………………2 分

所以$\omega=\dfrac{1}{2}+6k,k\in Z$,因为$0<\omega<3$，所以$0<\dfrac{1}{2}+6k<3,k\in Z$.所以$k=0$，所以$\omega=\dfrac{1}{2}$　…5 分

(2)因为$\omega=\dfrac{1}{2}$，　所以$g(x)=m\cdot 2\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)+n.$

因为$-2\pi\le x\le-\dfrac{\pi}{3}$，　所以$-\dfrac{2\pi}{3}\le\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\le\dfrac{\pi}{6}$. ……………………………7 分

所以$-1\le\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)\le\dfrac{1}{2}$.　所以$-2m+n\le g(x)\le m+n.$　　　………10 分

因为函数$g(x)$的值域为$[-2,1]$，所以$\begin{cases}-2m+n=-2,\\ m+n=1.\end{cases}$　解得　$m=1,n=0$.……12 分

16.已知函数$f(x)=-x^2+mx-m$.

(1)若$f(x)$的最大值为0，求实数m的值;

(2)若$f(x)$在区间$[-1,0]$上是减函数，求实数m的取值范围;

(3)是否存在实数m，使得$f(x)$在区间$[2,3]$上函数值的取值范围为$[2,3]$？若存在，求出实数m的值；若不存在，说明理由.

16.（1）$f(x)=-(x-\dfrac{m}{2})^2-m+\dfrac{m^2}{4}$，则最大值$-m+\dfrac{m^2}{4}=0$，解得$m=0$或$m=4$.　　……2 分

（2）函数图像的对称轴是直线$x=\dfrac{m}{2}$，要使$f(x)$在$[-1，0]$上是单调递减，应满足$\dfrac{m}{2}\le-1$，解得$m\le-2$,故实数m的取值范围是$m\le-2$.　……………………………………5 分

（3）①当$\dfrac{m}{2}\le 2$即$m\le 4$时，$f(x)$在$[2,3]$上单调递减.若存在实数m,使$f(x)$在$[2,3]$上的值域是$[2,3]$,则$\begin{cases}f(2)=3,\\ f(3)=2,\end{cases}$

即$\begin{cases}-4+m=3,\\ -9+2m=2,\end{cases}$此时$m$无解.　　………………7 分

②当$\dfrac{m}{2}\ge 3$,即$m\ge 6$时，$f(x)$在$[2,3]$上单调递增$\begin{cases}f(2)=2,\\ f(3)=3,\end{cases}$，即$\begin{cases}-4+m=2,\\ -9+2m=3,\end{cases}$，解得$m=6$.……9 分

③当$2<\dfrac{m}{2}<3$即$4<m<6$时，$f(x)$在$[2,3]$上先递增，再递减，所以$f(x)$在$x=\dfrac{m}{2}$处取得最大值，则$f(\dfrac{m}{2})=-(\dfrac{m}{2})^2+m\dfrac{m}{2}$

$-m=3$,解得 $m=-2$ 或 6，不符合题意，舍去. ………………11 分
综上可得，存在实数 $m=6$,满足要求。 ………………12 分

17.销售甲种商品所得利润为 P 万元，它与投入资金 t 万元的函数关系为 $P=\dfrac{at}{t+1}$；销售乙种商品所得利润为 Q 万元，它与投入资金 t 万元的函数关系为 $Q=bt$，其中 a,b 为常数.现将 5 万元资金全部投入甲、乙两种商品的销售：若全部投入甲种商品，所得利润为 $\dfrac{5}{2}$ 万元；若全部投入乙种商品，所得利润为 $\dfrac{5}{3}$ 万元. 若将 5 万元资金中的 x 万元投入甲种商品的销售，余下的投入乙种商品的销售，则所得利润总和为 $f(x)$ 万元.

(1)求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2)求 $f(x)$ 的最大值.

17．(1)因为 $P=\dfrac{at}{t+1}$， $Q=bt$ 所以当 $t=5$ 时， $P=\dfrac{5a}{5+1}=\dfrac{5}{2}$， $Q=5b=\dfrac{5}{3}$ 解得 $a=3,b=\dfrac{1}{3}$ …3 分

所以 $P=\dfrac{3t}{t+1}$， $Q=\dfrac{1}{3}t$，从而 $f(x)=\dfrac{3x}{x+1}+\dfrac{5-x}{3},x\in[0,5]$ …………6 分

(2)由(1)可得 $f(x)=\dfrac{3x}{x+1}+\dfrac{5-x}{3}=\dfrac{3(x+1)-3}{x+1}+\dfrac{6-(x+1)}{3}=5-(\dfrac{3}{x+1}+\dfrac{x+1}{3})$

$\le 5-2\sqrt{\dfrac{3}{x+1}\cdot\dfrac{x+1}{3}}=3$ ………………10 分

当且仅当 $\dfrac{3}{x+1}=\dfrac{x+1}{3}$，即 $x=2$ 时等号成立.故 $f(x)$ 的最大值为 3.

答：当分别投入 2 万元、3 万元销售甲、乙两种商品时总利润最大，为 3 万元.

18. 若函数 $f(x)$ 在定义域内存在实数 x 满足 $f(-x)=-k\cdot f(x),\ k\in Z$，则称函数 $f(x)$ 为定义域上的“k 阶局部奇函数”.

(1)若函数 $f(x)=\tan x-2\sin x$，判断 $f(x)$ 是否为 $(0,\pi)$ 上的“二阶局部奇函数”并说明理由；

(2)若函数 $f(x)=\lg(m-x)$ 是 $[-2,2]$ 上的“一阶局部奇函数”，求实数 m 的取值范围；

(3)对于任意的实数 $t\in(-\infty,2]$，函数 $f(x)=x^2-2x+t$ 恒为 R 上的“k 阶局部奇函数”，求 k 的取值集合.

18.（1）由题意得， $f(-x)+2f(x)=0\Rightarrow\tan(-x)-2\sin(-x)=-2\tan x+4\sin x$

即 $\tan x=2\sin x$， ………………1 分

由$\because x\in(0,\pi)$ $\therefore\sin x\neq 0$ 且 $\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}$，得 $\cos x=\dfrac{1}{2}$，$\because x\in(0,\pi)$ $\therefore$ $x=\dfrac{\pi}{3}$

$\therefore f(x)$ 是 $(0,\pi)$ 上的“二阶局部奇函数” ……………3 分

(2) 由题意得， $f(-x)+f(x)=0\Rightarrow\lg(m+x)+\lg(m-x)=\lg(m^2-x^2)=0$

即 $\begin{cases}m^2=1+x^2\ ,x\in[-2,2]\\ \forall x\in[-2,2],m+x>0\\ \forall x\in[-2,2],m-x>0\end{cases}$ ……5 分 $\Rightarrow\begin{cases}m^2\in[1,5]\\ m>(-x)_{\max},x\in[-2,2]\Rightarrow m\in(2,\sqrt{5}]\\ m>(x)_{\max},x\in[-2,2]\end{cases}$ ……7 分

(3) 由题意得， $f(-x)+k\cdot f(x)=0$在R上有解$\Rightarrow(-x)^2-2(-x)+t+k(x^2-2x+t)=0$有解 即

$(k+1)x^2+(2-2k)x+(k+1)t=0$有解 ………………8 分

当 $k=-1$时， $x=0\in R$，满足题意 ………………9 分

当 $k\neq-1$时，对于任意的实数 $t\in(-\infty,2]$，$\Delta=(2-2k)^2-4(k+1)^2t\ge 0$，

$\Rightarrow 4(k+1)^2\cdot 2-(2-2k)^2\le 0\Rightarrow k^2+6k+1\le 0\Rightarrow k\in[-3-2\sqrt{2},-3+2\sqrt{2}]$ ……11 分

由 $k\in Z$，故 $k\in\{-5,-4,-3,-2,-1\}$ ………………12 分