盐城市 2011 届高三第一次调研试卷的命制与启示

江苏省盐城市 2011 届高三调研考试数学命题小组①

笔者有幸参加了盐城市 2011 届高三第一次调研考试数学试卷的命制,现将试卷命制的方式与过程展现出来,并给出笔者肤浅的体会,供老师们在平时的教学与复习中参考.

1 命题的指导思想

1.1 参考摸底考试的结果

本届高三在秋学期的开学初进行了全市摸底考试,这为我们命制第一次调研试卷提供了一个很好的依据.在摸底考试中,我们设想的人均分要达到 90 分左右,但结果只有 77.98 分,差距甚远,这提醒我们在本次命题中要控制好难度.既要考虑到摸底考试成绩过低很大程度上是学生还没有复习的缘故,又要考虑到一轮复习刚结束,学生的解题能力还没有得到有效提高的实际状况.

1.2 检测一轮复习的效果

本次考试的中心任务是检测一轮复习的效果,暴露一轮复习中存在的问题,为二轮复习计划与策略的制订提供有力的依据.所以,这就决定了我们本次命题的理念是“重点考查学生对基本概念、基本方法和数学思想的掌握情况,既要注重试题的覆盖面,更要凸显主干知识.”

据于此,我们确定本次试卷的布局基本同于江苏近三年的高考数学试卷,“三角、立几、解几、应用题、数列、函数”分别是六道解答题的命题方向,同时,高中数学各个章节的内容在试卷中都应有所涉及.

1.3 树立学生学习的信心

第一次调研考试处在一轮复习和二轮复习的交替阶段,在检测一轮复习效果的同时,还要树立学生后继复习的信心,俗话说“不能把学生考得灰溜溜的”,要让学生看到自己辛勤付出的回报,看到自己的进步.所以,结合市教科院提出的试卷的难度系数控制在 0.55~0.65 之间的这一要求,我们确定本次考试的均分要在 85~95 分之间,实际考下来的结果是 89.35 分,基本符合预期.

1.4 确保试卷有一定新意

尽管自己的水平有限,平常对命题这一块思考与研究得较少,但我们命题组没有因此而放低标准.我们对自己提出的要求是所有题目均不用原题,解答题改编的力度要大,尽可能地多出原创题,确保试卷有一定的新颖度,尽力提高试卷的品质与品味.

2 命题的过程

2.1 命题

早在考试的一个月前,市教研员就把命题任务分配给我们命题小组的每一个成员,要求每人准备两道解答题和六道填空题,明确各题的命题内容与方向.接到任务之后,大家就在工作之余挤出时间着手准备,翻阅资料,确定原型,反复改编,不断演算等,确保能带着成型的题目参加审题工作.

2.2 审题

在审题过程中,我们的做法通常是先定解答题,后定填空题,把填空题作为解答题的补充.对解答题的审定,也是从后向前确定,如果后面的题目难了,前面的题目就适当放宽一点;如果后面题目的难度达不到,那么前面题目的难度与运算量就得上去一点.在审填空题时,我们是在解答题的基础上先列出一张清单,确定需要考查的知识点,然后把符合要求的题目留下来,缺的题目补上去,然后再逐一研磨.

这里,笔者选出本次考试中的一些试题,介绍其原型或演变的过程.

第 20 题原型 设 $a>0$,函数 $f(x)=x^2+a\cdot|\ln x-1|$.

(1) 当 $a=1$ 时,求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程;

(2) 当 $x\in[1,+\infty)$ 时,求函数 $f(x)$ 的最小值.

这是一道很普通的题目,我们首先把它改编为两个函数值域的关系问题.

变式 1 已知函数 $f(x)=x^2+a|\ln x-1|$,$g(x)=x|x-a|+2-2\ln 2$,$a>0$.

(1) 若 $P(1,y_0)$ 在曲线 $y=f(x)$ 上,求曲线 $y=f(x)$ 在 P 点处的切线方程;

(2) 若对任意的 $x_1\in[1,+\infty)$,总存在 $x_2\in[2,+\infty)$,使得 $f(x_1)=g(x_2)$ 成立,求 a 的取值范围.

为了增加新意,加大题目转化的难度,我们又在

① 盐城市射阳县教育局教研室王克亮执笔.

第二小题“x_2”前加了“惟一的”三个字.

变式 2　略.

为了给第二小题作一个铺垫,我们又加进了一小问.同时,降低了第一小题的难度.

变式 3　已知函数 $f(x)=x^2+a|\ln x-1|$, $g(x)=x|x-a|+2-2\ln 2$, $a>0$.

(1) 当 $a=1$ 时,求函数 $f(x)$ 在区间 $[1,e]$ 上的最大值;

(2) 若对于 $x\in[1,+\infty)$,恒有 $f(x)\geqslant\frac{3}{2}a$ 成立,求 a 的取值范围;

(3) 对任意的 $x_1\in[1,+\infty)$,总存在惟一的 $x_2\in[2,+\infty)$,使得 $f(x_1)=g(x_2)$ 成立,求 a 的取值范围.

第 19 题原型　已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_{n+1}=\begin{cases}\frac{a_n}{2}+n-1, & n\text{ 为奇数},\\ a_n-2n, & n\text{ 为偶数},\end{cases}$ 记 $b_n=a_{2n}(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $c_n=(2^{2^{n-1}}-1)b_n^2$,数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 $\{S_n\}$,若对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$,不等式 $\lambda\geqslant1+S_n$ 恒成立,求实数 λ 的取值范围;

(3) 设 $x_n=\frac{2^n}{n}b_n$,数列 $\{x_n\}$ 的前 n 项和为 T_n,若存在整数 m,使对任意 $n\in\mathbf{N}^*$,且 $n\geqslant2$,都有 $T_{3n}-T_n>\frac{m}{20}$ 成立,求 m 的最大值.

我们首先将条件中的一个递推关系变为 $a_{n+1}=-a_n-2n$(n 为偶数),并重新定义了数列 $c_n=a_{2n}+a_{2n+1}$;然后又把上面的递推关系改为“$a_{n+1}=pa_n+n-1$(n 为奇数)”,让学生在运用定义时要去讨论 p 的值,同时设计一个不需讨论的求和的问题.

变式　已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2$, $a_{n+1}=\begin{cases}pa_n+n-1, & n\text{ 为奇数},\\ -a_n-2n, & n\text{ 为偶数},\end{cases}$ 其前 n 项和为 S_n.

(1) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=a_{2n}+a_{2n+1}(n\geqslant1)$,试求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n;

(2) 若数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n=a_{2n}$,试判断 $\{c_n\}$ 是否为等比数列,并说明理由;

(3) 当 $p=\frac{1}{2}$ 时,问是否存在 $n\in\mathbf{N}^*$,使得 $(S_{2n-1}-10)c_{2n}=1$,若存在,求出所有满足要求的 n 的值;若不存在,请说明理由.

第 18 题原型　初中数学中的一道服药问题,大意是服药后体内的药物浓度随着时间的变化而变化,先增后减,几次服药后体内的药物浓度要叠加,且体内药物浓度达到一定标准时才起作用.

我们对问题的背景作了更换.

变式　因发生意外交通事故,一辆货车上的某种液体泄漏到一鱼塘中.为了治污,根据环保部门的建议,现决定在鱼塘中投放一种可与污染液体发生化学反应的药剂.已知每投放 $a(1\leqslant a\leqslant4$,且 $a\in\mathbf{R})$ 个单位的药剂,它在水中释放的浓度 y(g/L) 随着时间 x(d) 变化的函数关系式近似为 $y=af(x)$,其中 $f(x)=\begin{cases}\frac{16}{8-x}-1, & 0\leqslant x\leqslant4;\\ 5-\frac{1}{2}x, & 4<x\leqslant10.\end{cases}$ 若多次投放,则某一时刻水中的药剂浓度为每次投放的药剂在相应时刻所释放的浓度之和.根据经验,当水中药剂的浓度不低于 4(g/L) 时,它才能起到有效治污的作用.

(1) 若一次投放 4 个单位的药剂,则有效治污时间可达几天?

(2) 若第一次只能投放 2 个单位的药剂,6 天后再投放 a 个单位的药剂,要使接下来的 4 天中能够持续有效治污,试求 a 的最小值(精确到 0.1,参考数据:$\sqrt{2}$ 取 1.4).

第 15 题原型　2008 年江苏卷第 15 题.

变式 1　如图 1,⊙O 与 x 轴的正半轴交于点 C,点 $B\left(\frac{4-3\sqrt{3}}{10},\frac{3+4\sqrt{3}}{10}\right)$ 为 ⊙O 上一定点.

(1) 求 $\triangle BOC$ 的面积;

(2) 若 ⊙O 上一点 A(点 A 在第一象限)满足 $\triangle AOB$ 为等边三角形,试求点 A 的坐标.

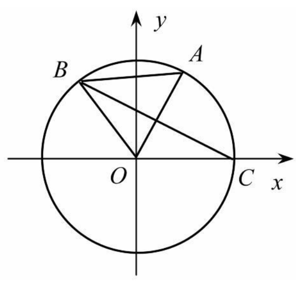

图 1

为了简化题目条件并降低题目的难度,我们又作了如下变式.

变式 2　如图 2,O 为坐标原点,点 A, B, C 均在 ⊙O 上,点 $A\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$,点 B 在第二象限,点 $C(1,0)$.

(1) 设 $\angle COA=\theta$,求 $\sin2\theta$ 的值;

(2) 若 $\triangle AOB$ 为等边三角形,求点 B 的坐标.

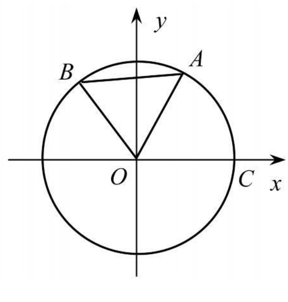

图 2

第 **14** 题原型　设函数 $f(x)=1+x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\cdots+\frac{x^{2011}}{2011}$, 则 $f(x)$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上的零点的个数为________.

为了增加题目的难度, 我们加入了一个有"对称美" 的函数 $g(x)$, 要求学生考察两个函数的积函数的零点个数, 作出如下变式.

变式　已知函数 $f(x)=1+x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\cdots+\frac{x^{2011}}{2011}$, $g(x)=1-x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}+\frac{x^4}{4}-\cdots-\frac{x^{2011}}{2011}$, 设 $F(x)=f(x+3)g(x-3)$, 且函数 $F(x)$ 的零点均在区间 $[a,b]$ $(a<b,a,b\in\mathbf{Z})$ 内, 则 $b-a$ 的最小值为________.

2.3　读题

尽管在审题中已经多次读题, 但为了谨慎起见, 审题后我们命题组的每一个成员又各自把每一道试题认真地做了一遍, 并通过电话和电子邮件不时地商讨和斟酌, 不仅试题上的每一句话都认真推敲, 还尽量把答案表述得详细易懂. 然后, 再请一位没有参加命题的老师把试卷做一遍, 确认无误后才签字付印.

3　从命题中获得的启示

3.1　把准方向 正确引导

我们认为, "方向正确, 导向要好" 是命题的最起码要求, 而要做到这一点, 就得依赖于省"教学要求" 和《考试说明》的认真研读与新旧比对. 2011 年的《考试说明》与 2010 年相比, 变化不是很大, 但也有几处细微的差别值得重视.

(1) 在"命题指导思想" 里加了"根据普通高等学校对新生文化素质的要求". 我们的理解是这强调了高考最根本的出发点是选拔人才, 因此试卷难一点没关系.

(2) 在"考试内容及要求" 中, 删去了"积化和差、和差化积及半角公式" 和"定积分" 这两个 A 级知识点.

(3) 在"典型题示例" 中, 明确了 14 道填空题的难易度是6道容易题、6 道中等题、2 道难题; 同时, 明确了"立几中的点面距离" 和"解几中的轨迹与轨迹方程" 为可考查知识点.

3.2　考点考情 规律可鉴

在翻阅资料的过程中, 笔者发现无论是近三年的高考试卷, 还是各大市的调研试卷, 其考点与考情是有章可循的, 具体表现在以下两个方面: 一是从解答题的布局来看, 前三题基本上是在"三角(或三角与向量), 立几, 应用题" 这三个知识块命题, 而后三题基本上是在"解几, 数列, 函数" 这三个知识块命题; 二是从问题设计的方向来看, 各知识块所涉及的考点往往也是万变不离其宗.

笔者统计了省内各大市 2011 届高三第一次调研试卷解答题各个知识块的命题方向, 并将考点按出现的频率大小进行排列, 得到了如下表格:

知识块	命　题　方　向
三角	求值, 解三角形, 最值, 值域或取值范围, 反求解析式
向量	数量积, 向量的模, 向量平行或垂直
立几	垂直的证明, 平行的证明, 平行(垂直) 的探究, 位置关系的判断, 体积, 点面距离, 图形翻折, 轨迹
应用题	建立函数, 建立三角函数, 函数最值, 解不等式, 平几最值, 立几最值
解几	直线, 椭圆, 圆, 向量, 过定点, 最值, 定值, 反求参数, 轨迹方程, 角的大小
数列	求通项公式, 特殊数列的证明, 求和, 不等式恒成立, 插项或删项, 特殊项, 子数列, 数列的单调性, 构造函数, 数表, 解不等式, 等式恒成立, 几何知识
函数	导数, 不等式恒成立, 最值与极值, 单调性, 切线方程, 解不等式, 方程解的讨论, 定义域, 求函数解析式, 定义型问题, 证明不等式, 充要条件的证明, 集合

所以, 在二轮复习当中, 上述考点与方向应成为我们的主攻对象.

3.3　积极变式 集体研讨

因为信息的畅通, 现在教师手里有很多的新题与好题, 但有些题目并不是对每所学校(或班级) 都适用, 有时要将题目改编后使用效果会更好一些. 还有, 在例题的教学中, 为了增强学生的应变能力, 需要我们对题目进行不断变化; 另外, 在纠错练习的命制中, 如果将题目换一个面孔出现, 学生可能会更感兴趣. 这些, 都要求教师对题目不仅要做到"爱变", 还能做到"善变".

命题的体会让我们感受到了集体智慧的伟大, 有时一道很普通的题目, 经过几个人的不断研磨, 最后就能成为一道亮题. 所以笔者建议在平时学校的命题中, 大家不妨也试一试集体创作.

3.4　正视批评 不断进步

平心而论, 命题不是一件好差事, 命题者通常会处在挨批评、遭责备的境地. 有时, 不管你多投入、多用心, 失误甚至错误还是在所难免. 在本次命题中, 为了保住均分, 我们采用了"简单的题目要送分到位, 把关的题目要难到位" 的命题策略, 但这样处理的结果是优等生与中等偏上学生的成绩差距不大, 试卷缺乏必要的区分度, 重点高中的老师有些微词. 但我们认为, 挨批评不是坏事, 别人真诚的批评正是自己进步的源泉与动力.