

# “正态分布”的教学设计、实践与反思<sup>①</sup>

金克勤

(浙江省黄岩中学 318020)

## 1 内容与内容解析

正态分布(normal distribution)是一个在数学、物理、工程等领域都非常重要的概率分布.一般地,如果一个量是由大量相互独立的偶然因素作用的结果,那么就可以认为它具有正态分布.正态分布是高中学习内容中唯一一种连续型分布,属于概率论的范畴,但同时又是统计学的基石.

正态分布的教学内容要把握以下几点:(1)一个随机变量如果是众多的、互不相干的、不分主次的偶然因素作用的结果之和,它的分布就呈钟形曲线,许多随机变量的分布都可以近似地用正态分布来描述;(2)正态分布的特点决定了正态分布

密度函数  $\varphi_{\mu,\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ , 正态曲线及面积分

布规律表达了随机变量的整体性质,从整体来看随机变量的规律,才能得出其根本特征;(3)正态分布曲线与面积分布规律非常清晰地展示了重点,体现数据的分布规律  $P(\mu-\sigma < X \leq \mu+\sigma) = 0.682689$ , 随机变量  $X$  落在区间  $(\mu-\sigma, \mu+\sigma]$  内的概率是 0.682689 是主体,  $P(\mu-3\sigma < X \leq \mu+3\sigma) = 0.9973$  展示了正态分布的全面性,即  $3\sigma$  原则.本节课教学的重点就是要认识正态分布曲线的这些特征.

## 2 教学目标

(1)从数据分析的角度,建立数据分布的概念,理解正态曲线的来源,建立钟形曲线的直观印象,从钟形曲线的形态角度理解数据分布.

(2)借助 TI-nspire 图形计算器,探索正态分布密度函数的解析式  $\varphi_{\mu,\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ , 理解正态分布密度曲线的特点,借助直观图形对比不同参数的正态密度函数的图像,理解两个参数  $\mu$ ,

$\sigma$  的含义.

(3)能应用正态分布解决一些简单的问题.

## 3 教学问题诊断

正态分布是研究连续型随机变量概率,学生第一次接触连续型随机变量的分布问题,在接受上有困难.在高中阶段,严格推导正态分布密度函数是十分困难的,教材直接给出了正态分布曲线的函数解析式,学生理解起来有困难.由于教材的编写是基于学生没有信息技术辅助,因此会对例题的选择和问题的解决造成障碍.虽然正态分布在实际生活中有着广泛的应用,但学习过程中缺少典型的案例和解决问题的方法.本节课的难点是正确理解正态分布的意义,了解正态分布密度函数及性质,还原正态分布曲线和正态密度函数的形成过程.

## 4 教学支持条件分析

借助 TI-nspire 图形计算器具有很强的概率计算与图形分析功能,通过学生自主操作,加深对概念的理解和拓展教学内容.特别是对于正态分布密度函数的导出,可以引导学生尝试借助 TI-nspire 图形计算器进行数据拟合,逐步探索出函数的表达式.

## 5 教学过程设计

### 5.1 引入:回顾生活经历,收集一组随机数据

问题1 (引入导语)同学们好!我们全班同学和老师能在一个班级里学习是一种缘分,也是一种偶然.我们的生活就是这样,充满着众多互不相干的、不分主次的偶然因素作用的结果,才有了云去云落、千变万化的世界.旁边是一首我所喜欢

<sup>①</sup> 本文是全国教育科学“十一五”规划2010年度教育部重点课题“中小学数学课程核心内容及其教学的研究”(课题编号:GOA107010)的研究成果.

的徐志摩的名为“偶然”的小诗,表达的是诗人对偶然的感悟.

大量的偶然当中存在着某种必然的规律.今天我们一起探讨一组随机的数据中有哪些必然性的规律?我们现在做一个小小的游戏,这个游戏我在同学们这个年纪常做的,是检测同学们的观察能力,我们采用观察一个物体长度的方法,看看谁的误差最小?谁的误差最大?

请大家观察这根天线,猜测它的长度(请与已知长度的物体作比较),以厘米为单位,可以精确到0.1厘米.请将你的结果写在纸上,并输入计算器,看看我们全班同学的“眼力”如何?

**设计意图** 由于需要在课堂内获取一组真实的、呈正态分布的随机数据,而观察误差数据是呈正态分布的,因此可以设计这样的问题作为本节课的引入.教师利用 TI-Nspire™ Navigator™ System 的功能收集全班同学的观察的数据,集中到教师的计算器中,整合成一个数据文件后发布给每一位学生,使每个学生手中都有了这组全班同学观测的数据.

**问题 2** 现在同学们手中有了一组随机数据,那么根据已往的经验,如何分析这组数据,你会用 TI-nspire 图形计算器 Lists & Spreadsheet 中统计菜单中的单变量统计功能,帮助你分析这组数据吗?

**设计意图** 由于每个学生人手一个 TI-nspire 图形计算器,而其中的单变量统计功能会很快地计算出这组数据的平均值、方差、最大值、最小值等统计量,因为平均数是表示一组数据集中趋势的量数,它反映的是数据集中趋势的重要指标;方差是用来度量数据与平均数之间的偏离程度的,方差越大,表明数据与平均数的偏离程度大.这两个统计量影响着数据分布的形态,是正态密度函数中的两个重要参数,设计的目的是让学生回顾这两个统计量的意义,教师可以进一步提问,要求学生说出平均数  $\bar{x}$  和方差  $\sigma^2$  的统计意义.

**问题 3** 俗话说“百闻不如一见”,“一目才能了然”,因此我们通常会用统计图表来表示一组数据的特征.如果我们立三个标杆高度来表示刚才

这组数据的最小值、最大值、平均数这三个数附近数据的多少,你能根据你的理解和判断画出相应的标杆的高度吗?

**设计意图** 帮助学生形成一种直观的感觉,这就是对于一组“平常”的数据,平均数附近数据比较多,而两极数据比较少.目的是让学生逐步形成数据分布呈“中间高、两头低”的钟形,同时让学生能够上台画一画,也可以活跃课堂气氛.在画图的时候教师可以追问其它位置上数据的多少的表示,并附图片暗示.



图 9



图 10

## 5.2 新课:历史上的那些事,高尔顿板试验

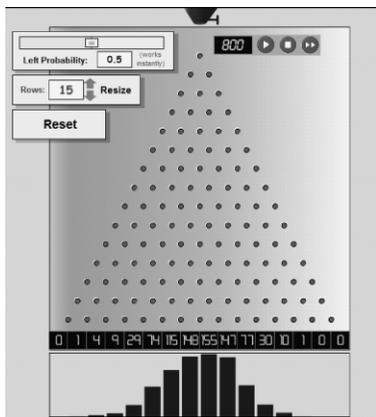
**问题 4** 同学们刚才总结的数据分布规律是否正确?100 多年以前,有个很著名的英国人达尔文的表弟,生物统计学家高尔顿(Galton, 1822—1911)进行了思考,做了一个实验,称之为高尔顿板试验,请我们来回顾高尔顿所做的实验.

**设计意图** 由于在课堂内通过学生收集的数据数量还不够多,不能很好体现数据呈正态分布的规律,因此需要产生一组容量较大的随机数据,高尔顿板试验是一个很好的载体.通过高尔顿板试验,引导学生直观认识钟形曲线,并为探索正态分布曲线的性质做准备.

**教师介绍:**英国生物统计学家高尔顿做了让小球从钉板随机自由下落的试验,统计小球最后落入钉板下方条状格子内小球的个数.在教学中用计算机模拟高尔顿试验以辅助教学.

如果把球槽编号,就可以考察球到底是落在

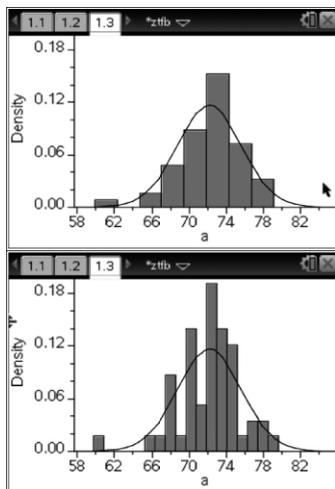
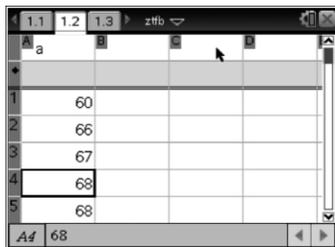
第几号球槽中. 重复进行高尔顿板试验, 随着试验次数的增加, 掉入各个球槽内的小球的个数就会越来越多, 堆积的高度也会越来越高. 各个球槽内的



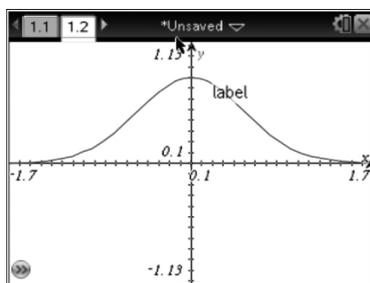
堆积高度反映了小球掉入各球槽的个数多少. 为了更好地考察随着试验次数的增加, 落在各个球槽内的小球分布情况, 我们进一步从频率的角度探究一下小球的分布规律. 以球槽的编号为横坐标, 以小球落入球槽内的频率值为纵坐标, 可以画出频率分布直方图. 和我们分析的一样, 随着数据的增多, 数据分布呈现出中间高, 两头低的“钟形”分布.

问题 5 让我们也来做试验, 验证我们得出的数据分布“中间高, 两头低”的结论吧. 请同学们利用 TI—nspire 图形计算器 Data&Statisticsh 上通过绘制其频率直方图可了解数据的分布规律. 通过实验你能坚信你的观点吗?

设计意图 由于高尔顿板试验是以教师演示和讲解为主, 学生缺少亲身体会, 会对结果将信将疑, 因此需要设计一个让学生亲历的过程. TI—nspire 图形计算器提供了这样的可能. 对于一组数据可以在 TI—nspire 图形计算器 Data&Statisticsh 上通过绘制其频率直方图可了解数据的分布规律. 通过不断缩小组距, 观察数据分布规律. 需要学生从频率分布直方图得出以下结论: 如果一组随机数据是众多的、互不相干的、不分主次的偶然因素作用结果之和, 那么数据的分布曲线为“钟形曲线”(bell curve).



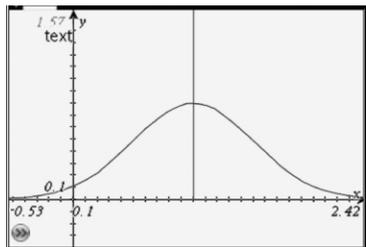
5.3 活动: 寻找描述钟形曲线的函数——我们也能找到



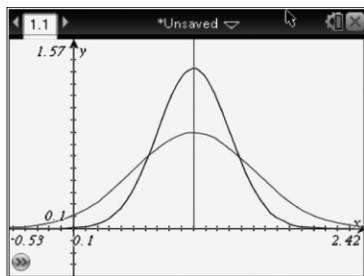
问题 6 我们知道随着重复次数的增加, 频率分布直方图的形状会越来越像一条钟形曲线, 这条曲线称为正态(normal)分布密度曲线, 简称正态曲线. 我们能利用 TI—nspire 图形计算器的“图形(Graphs)”功能找到一个函数, 使其图像与钟形曲线相似?

设计意图 这是本节课的核心, 要让学生用数学的眼光观察世界, 就是要培养从直观到抽象, 从形象到数量的观点和方法. 同时, 要让学生经历数学知识的发现、形成和发展过程, 使其更加自然地认识正态分布函数, 引导学生发现函数  $f(x) = e^{-x^2}$  的图像是钟形曲线.

问题 7 能否对  $f(x)$  作一些修改, 使  $f(x)$  在数据的平均值  $x = \mu$  处, 取得最大值.



设计意图 引导学生发现只要使  $f(x) =$



$e^{-(x-\mu)^2}$  就可以达到目的.

**问题 8** 能否加上方差  $\sigma^2$  这个指标,使方差大时,曲线“胖”一点,而方差小时,曲线“瘦”一点?

**设计意图** 对比三角函数图像变换的知识,只要对自变量的系数作变换,就达到目的.引导学生发现使  $f(x) = e^{-(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$  就可以了.由于分布密度曲线还要求曲线与  $x$  轴所围的面积等于 1,因此通过调整系数,最终确定正态分布密度函数是:

$$\varphi_{\mu,\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, x \in (-\infty, +\infty).$$
 至此,师生

在 TI-Nspire 图形计算器的环境中,完成了对正态分布密度函数的探索,这个过程体现了教材主编刘绍学先生提出的“数学是自然的,数学是清楚的”思想.

在完成这一教学任务以后教师可以作两方面的介绍:(1)在 TI-Nspire 图形计算器中,可以用  $\text{normPdf}(x, \mu, \sigma)$  来表示这个函数,其中实数  $\mu, \sigma$  ( $\sigma > 0$ ) 是参数,分别表示总体的平均数与标准差.不同的  $\mu, \sigma$  对应着不同的正态密度曲线.并且可以通过改变  $\mu, \sigma$  的值,观察曲线形状与  $\mu, \sigma$  的关系.(2)历史上的相关研究.早在 1733 年,法国数学家棣莫弗(A. de Moivre, 1667—1754)就用  $n!$  的近似公式得到了正态分布.德国数学家高斯(C. F. Gauss, 1777—1855)在研究测量误差时从另一个角度导出了它,并研究了它的性质,因此,人们也称正态分布为高斯分布.对于历史的回顾,体现了数学是一种文化,学习数学不仅是解题.

#### 5.4 抽象:从数量关系看曲线

##### 问题 9 正态曲线的特点

根据刚才的学习过程,你能说出正态曲线的特点吗?

**设计意图** 让学生了解:从正态分布密度曲线和其函数表达式

$$\varphi_{\mu,\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$
 可以知道:

(1)曲线位于  $x$  轴上方,与  $x$  轴不相交;

(2)曲线是单峰的,它关于直线  $x = \mu$  对称;

(3)曲线在  $x = \mu$  处达到峰值  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$ ;

(4)曲线与  $x$  轴之间的面积为 1;

(5)当  $\sigma$  一定时,曲线随着  $\mu$  的变化而沿  $x$  轴平移;

(6)当  $\mu$  一定时,曲线形状由  $\sigma$  确定, $\sigma$  越小,曲线越“高瘦”,表示总体分布越集中; $\sigma$  越大,曲线越“矮胖”,表示总体分布越分散.

经过上面的学习过程,得出以上这 6 个结论已是水到渠成的事了.

#### 问题 10 面积与概率——再看高尔顿板试验

如果去掉高尔顿板试验中最下边的球槽,并沿其底部建立一个水平坐标轴,其刻度单位为球槽的宽度.用  $X$  表示落下的小球第 1 次与高尔顿板底部接触时的坐标, $X$  是否是随机变量?如果是,这个随机变量是否是离散型随机变量? $X$  落在区间  $(a, b]$  的概率是多少?

**设计意图** 让学生了解(1)这个随机变量  $X$  有别于以往所学的离散型变量,它在某一个具体值上的概率都为零.我们关心的是随机变量在某一个区间上取值的概率.在进行大量重复试验时,随机变量落在一个区间上的频率可以近似地等于概率,而频率和这个区间所对应的曲边梯形的面积成正比.所以可以用计算定积分(定积分的意义为面积)的办法来求概率:

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b \varphi_{\mu,\sigma}(x) dx.$$

至此,教师可以给出正态分布的数学定义:

一般地,如果对于任何实数  $a, b$  ( $a < b$ ),随机变量  $X$  满足  $P(a < X \leq b) = \int_a^b \varphi_{\mu,\sigma}(x) dx$ ,则称随机变量  $X$  满足正态分布(normal distribution),记作  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

#### 5.5 巩固:学以致用

(1)已知  $X \sim N(6, 1)$ ,求  $P(3 < X \leq 7)$ ;

(2)经统计,一位同学上学路上(单程)所花时间  $X$  的样本的平均值为 22 分钟,其标准差为 2 分钟.如果  $X$  服从正态分布,学校 8 点钟开始上课,为使该同学至少能够以 0.99 的概率准时到达,至少要提前多少分钟出发?

设计意图 通过具体问题的解决,进一步理解正态分布的性质,了解正态曲线的特征.

### 5.6 小结:回顾与感悟

(1)学习内容回顾:认识正态分布;了解正态分布曲线;认识正态分布密度函数;了解正态曲线的特点;会用 TI—nspire 图形计算器研究正态分布.

(2)技术与数学的完美结合:在 TI—nspire 图形计算器的“数据与统计(Data&Statistics)”页面中,可以画出数据分布直方图;在 TI—nspire 图形计算器的“图形(Graph)”页面中,利用函数  $f(x) = \text{normPdf}(x, \mu, \sigma)$  可以画出正态曲线;利用 TI—nspire 图形计算器中“图形分析(Analyze Graph)”的“积分(integral)”功能可以求出正态分布的概率.

(3)感悟:有人说:直线属于人类,曲线属于上帝.每个人追求的曲线也许不同,男人追求不断向上的曲线,女人追求玲珑浮凸的曲线,而我们真正得到的人生曲线,却是一个美丽的钟形曲线.

### 6 目标检测设计(尝试自己解决问题)

1. 若随机变量服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 则关于正态曲线性质的叙述正确的是( )

A.  $\sigma$  越大,曲线越“矮胖”;  $\sigma$  越小,曲线越“高瘦”

B.  $\sigma$  越大,曲线越“高瘦”;  $\sigma$  越小,曲线越“矮胖”

C.  $\sigma$  的大小和曲线的“矮胖”、“高瘦”没有关系

D. 曲线的“矮胖”、“高瘦”受  $\mu$  的影响

2. 设随机变量  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 则随着  $\sigma$  的增大,概率  $P(|x - \mu| < \sigma)$  将会( )

A. 单调增加

B. 单调减少

C. 保持不变

D. 增减不定

3. 在某项测量中,测量结果  $X$  服从正态分布  $N(1, \sigma^2)$  ( $\sigma > 0$ ). 若  $X$  在  $(0, 1)$  内取值的概率为 0.4, 则  $X$  在  $(0, 2)$  内取值的概率为 \_\_\_\_\_.

4. 设随机变量  $X \sim N(2, \sigma^2)$ , 且  $P(2 < X < 4) = 0.3$ , 则  $P(X < 0) =$  \_\_\_\_\_.

5. 已知  $X \sim N(6, 1)$ , 求  $P(3 < X < 7)$ .

6. 利用图形计算器,画出下列正态分布密度函数:

(1)  $\mu = -1, \sigma = 0.5$ ; (2)  $\mu = 0, \sigma = 1$ ; (3)  $\mu = 2, \sigma = 0.5$

并回答以下问题:

(1) 曲线在坐标平面的什么位置?

(2) 曲线有没有对称轴和最高点?

(3) 曲线的变化趋势如何?

(4) 当  $\mu$  一定时,曲线开关如何变化?

7. 课题学习 某大学举行自主招生考试,计划招收 200 名学生. 已知报考的人数为 1657 人,考试的总分为 400 分. 考试后得知,考试的平均分为  $\mu = 166$  分,360 分以上高分的考生有 31 人. 有个考生考了 256 分,问他能否被录取? 他在这次考试中大约是第几名? (利用正态分布的知识和 TI—nspire 图形计算器)

### 7 教学反思

#### 7.1 课堂教学的定位要准确

一节课是否成功,首先在于课堂教学的目标与定位,对于正态分布这一内容而言,如何正确定位,是非常重要的. 正态分布这节课的定位是在于正态分布知识的学习和掌握? 还是在于通过正态分布知识的学习过程,掌握研究连续性随机变量的方法? 如果定位于正态分布知识的学习,将会有一问题很难处理,即正态分布密度函数:

$$f_{\mu, \sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, x \in (-\infty, +\infty)$$

如何导出? 学生如何学习和掌握? 按照已往的经验,只能是由教师讲解,学生会处于被动接受、半知半解之中. 在思考教学设计的过程,逐渐认识到应该定位于后者,特别是学生人手一个 TI—nspire 图形计算器,具备处理分析数据、描绘函数图象、代数和符号运算等功能,有了研究一般数学问题的可能,更应该让学生经历数学知识的发现、形成和发展过程. 因此,将本节课的重点确定在学生活动上,主要集中在以下几点: (1) 通过学生活动,收集一组随机数据; (2) 通过学生对数据的分析,形成数据分布直方图呈“中间高,两头低”的钟开分布; (3) 探索描述钟形曲线的函数. 有了这样的定位,课程教学才能真正体现以学生为主体,才能出现有活力、有生气的真实课堂,从教学实践的结果看,这样的定位是正确的.

## 7.2 数学课堂要有人文气息

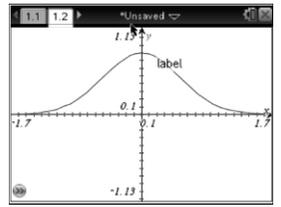
数学是人类的伟大创造,是人类重要的思想文化,数学的发现过程蕴含着丰富的人文精神.数学课堂教学要有人文气息,否则,会陷入符号和逻辑的枯燥的游戏.在本节课中,正态分布的研究,高尔顿板试验,棣莫弗和高斯等数学家的工作,有丰富的人文内蕴,教学中适时向学生介绍,会使课堂教学具有生气.而整个教学过程的设计,遵循数学知识的发现、发展过程,从直观感知,操作确认到逻辑论证,从思维的低级向高级递进,符合知识的形成与发展规律,也进一步体现了“数学是自然的,数学是清楚的”理念,从实践效果来看,学生能够接受,也乐于接收.在引入课题时,说明现实世界中许多现象都是众多的、互不相干的、不分主次的偶然因素作用结果之和时,用学生耳熟能详的徐志摩的“偶然”小诗烘托气氛;在小结时,用“我们真正得到的人生曲线,却是一个美丽的钟形曲线.”作为课的结果,会给学生留下深刻的印象.

## 7.3 动态生成是课堂活力所在

(1)课堂意外映射出学生的真实思想.在课堂教学过程中,当需要学生将所观测的天线的长度输入计算器,当学生的数据传回教师机上并出现在大屏幕上时,意外发生了.有一个同学的数据是“999”,因为教师示例的天线真实长度是72cm,不管学生观测其长度的误差有多大,绝无可能出现“999”这样大的误差.这说明了什么?首先,每个学生都是活生生的个体,他们有思想、有活力、有独立的个性,在课堂内也往往不愿意按教师设定的教学路线去学习,因此在课堂教学中往往出现意外.这个意外有几种可能,一是学生显示自己的个性,就是要与众不同,哪怕与所有同学的观点都不一样也在所不惜;其次,是要看看教师是如何处理这种情况,是用这个数据还是不用这个数据,如果用了这个数据,那么他(她)的数据就会影响整体数据分析的结论,他(她)的重要性就在其他同学之上,如果教师不用这个数据,那老师什么样的理由?即使是这样,学生的目的已经达到了.所以学生都是有很强的表现欲的,问题在于我们教师是否给了学生表现的机会?虽然在实践过程中,教师是以学生输入错误去掉这个数据作为这个意外的处理方式,其实明显不是输入错误,而是有意而为之.反思这个过程,教师可以有更好的处理方

式,例如,在收集数据是如何处理特殊数据?这样特殊数据对于总体的影响如何?如何减少特殊数据对总体的影响等.

(2)只要给学生机会,学生总会给你惊喜.这些惊喜出现在课堂的动态互动之中.在本节课的“寻找描述钟形曲线的函数”过程中,就出现了这样的惊喜.通过观察,学生知道所要寻找的函数所满足的条件:①偶函数;②位于 $x$ 轴上方;③在 $(-\infty, 0)$ 单调递增,在 $(0, +\infty)$ 单调递减.于是学生有了很多的结论,如 $f(x) = e^{-|x|}$ ,  $f(x) = \frac{1}{\ln(x^2+2)}$ ,  $f(x) = \frac{\cos x + 1.5}{x^2 + 1}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ ,  $f(x) = e^{-x^2}$ 等等,那么这些函数能否作为描述随机变量的分布函数?一个连续型随机变量的分布函数应该满足什么条件?为什么我们的先人选择了  $\varphi_{\mu, \sigma} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}$  ·



$e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$  作为描述正态分布的密度函数?种种问题随之产生,对这些问题的思考,远比记住几个关于正态分布的结论重要得多.

## 7.4 技术改变教学

在本节的教学中,深刻地体会到教育技术深深地影响和改变着教学.教育技术应该是一个更加广义的概念.技术就其定义而言,它可以指物质,如机器、硬件或器皿,但它也可以包含更广的架构,如系统、组织方法和技巧.那么教育技术就应该包含根据学科知识、教学实践经验和教育原理而发展成的各种教学结构、方法、技能和工具.教学设计是技术,教学组织是技术,教学工具也是技术.因此,根据《中学数学核心概念、思想方法结构体系及其教学设计的理论与实践》课题研究成果所形成的教学设计框架,是课堂教学的核心技术之一,《手持技术与高中数学课程整合》也是一种技术,各种教育技术的发展改变的不仅是教与学的方式,更是改变着我们的教学观念. TI-Nspire 图形计算器与 TI-Nspire™ Navigator™ System 的引入,丰富了教学与学的方式,过去在课堂内无法完成的事,现在就去做的可能.虽然在本次的教学实践中,出现了技术使用不熟练,系统不够稳定等有等进一步去研究和发展的问

需要我们进一步实践和研究,但相信教育技术的发展一定会引发教育的改革,我们一定要有所认识,迎头赶上。

### 7.5 遗憾与改进

课堂教学是一门遗憾的艺术,一堂课总会有缺点、有错误。就本节课而言,有一个问题还没有解决,如何通过学生收集众多的、互不相干的、不分主次的偶然因素所作用而产生的随机数据,因为数据容量过小,并不明显表现分布呈正态,特别在课堂环境下,如何让学生经历收集大量具有真实背景的数据?其次,在利用计算器画出数据分布直方图以后,是否可以让学生画出频率折线图,并采用曲线拟合的方法去探寻分布的密度函数?如果可行,学习的进程更具有指向性。第三,如何

为学生继续学习铺设道路?如对于正态分布密度函数  $\varphi_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ , 是否应该学生知道  $x=\mu$  是  $\varphi_{\mu,\sigma}(x)$  的极大值点,  $x=\mu \pm \sigma$  是  $\varphi_{\mu,\sigma}(x)$  是拐点,这些性质是否有可能对为什么选择  $\varphi_{\mu,\sigma}(x)$  作为正态分布密度函数有帮助。还有,学生对 TI—nspire 图形计算器的掌握程度,会直接影响学习的效果,如何培养学生使用计算器的技术,特别是在理解数学的基础上使用技术,也是一个值得研究的课题。当然一个好的课堂教学,从本质上讲应该富有想象力,能唤起学生意外与惊讶,数学学习是要让学生体会到跌宕起伏,峰回路转的魅力,有喜出望外的收获,这一点还远远没有做到。

(上接第45页)

断攀升,以及新课标的实施,我们完全有必要来重新审视这一多年来的标准。以笔者看来,把高考试题的难度降低一些,如 0.65 左右,只要处置得当,并不会影响高考试题的区分度和其选拔性,相反,随着高考试题难度的标高明显降低,将使数学长期在人们心里的冷峻面孔变得温暖起来,不但将增强学生学好数学的自信心,也使试题增添一种弥足珍贵的人文关怀。

### 3.2 源于课程教材

近年来,高考命题强调“出活题,考能力”,以及考查考生的创新能力。但这并不意味着高考试题都要从课本之外的竞赛题库里,高等数学的教材中找素材,或以考能力为名,刻意地搞一些偏题怪题去为难考生。笔者认为,试题源于课程教材至少有几层含义:一是试题所涉及的知识的深度与广度,不能超越新课标的范围;二是试题的背景尽量体现在教材中,或学生熟悉的情景之中;三是不要在教材之外,并有可能增加教学负担的一些“敏感点”上命制试题。

### 3.3 保持题型稳定

正如前面分析,题型结构的变化必然使试题难度的起伏动荡。当前,在没有充分的前期准备的前提之下,不宜轻易地变更目前高考数学试题的题型结构,使得高考的题型结构保持相对稳定。当然,题型结构的相对稳定,并不等于让题型结构一潭死水,一成不变,而是要在确保试题难度不产生

大起大落的前提下,积极稳妥地探讨高考题型结构的改革的方式和途径。

### 3.4 建立科学机制

如前述,高考试题之所以难,在一定程度上,就是出现了高考试题的实际难度与命题人员预设的难度的较大落差,而出现这种落差的根本原因是缺乏一种科学有效的试题难度的评估机制。据了解,在命制试题时,尽管有一个把控知识点覆盖与难度的试题双向细目表,并由相关的老师对试卷进行试做,以估计试题的难度。事实证明,以这种调控试题难度的机制来估计与调整试题的难度系数不完全是可靠的,有时甚至是与预设的难度系数大相径庭。究其原因,由于是教师与考生对试题的感觉是不同的,教师觉得易,可能考生感觉难。笔者认为,对高考试题在考前应当让不同程度的考生试做,考虑到可行性,可选择前一年高考数学成绩不同层次的大一学生来试做,这样得出的结果就要可靠得多。总而言之,应当建立一套科学可靠的试题难度评估机制。

#### 参考文献

- 1 张怡慈. 解数学题不应是公式、规则的演绎游戏[J]. 数学通报, 2010, 6
- 2 鲁庆云, 宋乃庆. 我国数学试题难度影响因素的研究综述[J]. 数学通报, 2009, 4
- 3 康宇. 在朴素中保持稳定. 在稳定中谋求创新[J]. 中学数学研究, 2008, 8