

## 午间训练 15

一、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

1.(本小题满分 10 分)在①  $\triangle ABC$  的外接圆面积为  $3\pi$  ②  $\triangle ADC$  的面积为  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$  , ③  $\triangle BDC$  的周长为  $5+\sqrt{7}$  这三个条件中任选一个, 补充在下面的问题中, 并给出解答.

问题: 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,  $D$  是  $AB$  边上一点. 已知  $AD = \frac{1}{3}AB$ ,  $\sin A \sin C = \frac{3}{4}$ ,  $\cos 2B + 3\cos B = 1$ , 若\_\_\_\_\_, 求  $CD$  的长.

2.(本小题满分 12 分)已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ , 且 $S_4=S_5=-20$ . (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 已知数列  $\{b_n\}$  是以 4 为首项, 4 为公比的等比数列, 若数列  $\{a_n\}$  与  $\{b_n\}$  的公共项为  $a_m$ , 记  $m$  由小到大构成数列  $\{c_n\}$ , 求  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

3.(本小题满分 12 分)如图, 已知圆台  $O_1O$  的下底面半径为 2, 上底面半径为 1, 母线与底面所成的角为  $\frac{\pi}{3}$ ,  $AA_1$ ,  $BB_1$

为母线, 平面  $AA_1O_1O \perp$  平面  $BB_1O_1O$ ,  $M$  为  $BB_1$  的中点,  $P$  为  $AM$  上的任意一点. (1) 证明:  $BB_1 \perp OP$ ;

(2) 当点  $P$  为线段  $AM$  的中点时, 求平面  $OPB$  与平面  $OAM$  所成锐二面角的余弦值.

