

基于数学文化的高考试题特征分析

王 婷 李 伟

(福建师范大学数学与信息学院 350117)

1 数学文化及其重要性

关于数学文化的内涵,不同人有不同的观点.比如,顾沛教授认为“数学文化是指数学思想、精神、方法、观点以及它们的形成和发展”;黄秦安教授认为“数学文化是以数学的思想、精神、方法、内容等所辐射的相关文化领域为有机组成部分的一个具有特定功能的动态系统”;等等.但无论哪种看法,一种普遍的观点是,数学文化是一种理性思维方式在实践中的不断探索所形成的有关数学史、数学精神及数学应用等的统称.

李大潜院士曾说过:“数学是一种先进的文化,是人类文明的重要基础.它的产生和发展在人类文明的进程中起着重要的推动作用,占有举足轻重的地位.”^[1]2003年《普通高中数学课程标准(实验)》中明确将数学文化纳入数学课程标准中,提倡体现数学的文化价值^[2].在《关于2017年普通高考考试大纲修订内容的通知》中,关于数学学科的修订内容中,也增加了数学文化的要求,这是在全国高中生学业水平测试命题指导文件中,首次明确提出“在数学中增加数学文化的内容”.《普通高中数学课程标准(2017版)》(以下简称《课标》)更是强调了数学文化的重要性.在教学提示与学业要求中指出,数学文化应融入课程内容,将数学文化渗透在日常教学中,应当重视数学实践

和数学文化,引导学生了解数学的发展历程,认识数学在科学技术、社会发展中的作用;在学业水平考试与高考命题原则中,同样建议应融入和加强对数学文化的考查^[3].

近年来,数学文化被广泛关注,逐渐成为高考考查的热点,足以引起广大师生的高度重视.为此,笔者对近十年来全国各地高考数学试卷中与数学文化相关的试题进行了统计分析,发现和总结了基于数学文化的高考试题的命题特征,并给出了高考试题命制中对数学文化的考查建议.

2 基于数学文化的高考试题统计分析

笔者以近10年的全国卷、北京卷、上海卷、天津卷、浙江卷、海南卷、山东卷的文理科高考试卷共计158份作为文本分析对象.样本的选取,是基于以下的考虑,即:北京、上海、天津、浙江、海南坚持高考自主命题且于2020年均已成为新高考试点;山东于2018年加入使用全国高考试卷,于2020年践行新高考,使用新高考全国卷I.

2.1 近10年基于数学文化的高考试题特征统计

以下将从试卷与题号、题型、背景、试题类型、知识点与核心素养等六个角度对这些试题进行分类统计.其中对于“试题类型”,依据不同的文化载体形式,可分为数学名题、数学名著、数学家、数学美等四大类.

表1 近10年基于数学文化的高考试题统计

年份	试卷与题号	题型	背景(隐/显)	试题类型	知识点	核心素养
2011	北京/理8文14	选择题	皮克定理/隐	数学名题	函数	逻辑推理 数学运算
	北京/理14	填空题	卡西尼卵形线/隐	数学名题	函数	逻辑推理 数学运算
2012	上海/文14	填空题	斐波那契数列/隐	数学家	数列	逻辑推理 数学运算
2013	全国I/理17	解答题	布洛卡点/隐	数学名题	三角学	逻辑推理 数学运算
2015	全国I/理6文6	选择题	《九章算术》/显	数学名著	立体几何	逻辑推理 数学运算
	全国II/文8	选择题	《九章算术》/显	数学名著	算法	逻辑推理 数学运算

续表

年份	试卷与题号	题型	背景(隐/显)	试题类型	知识点	核心素养
2016	全国Ⅱ/理 8 文 9	选择题	《数书九章》/显	数学名著	算法	逻辑推理 数学运算
2017	全国Ⅰ/理 2 文 4	选择题	太极图/显	数学美	概率	逻辑推理 数学运算 直观想象
	全国Ⅱ/理 3	选择题	《算法统宗》/显	数学名著	数列	逻辑推理 数学运算 数学抽象
	浙江/11	填空题	刘徽割圆术/显	数学家	平面几何	逻辑推理 数学运算
2018	全国Ⅰ/理 10	选择题	希波克拉底/显	数学家	概率	逻辑推理 数学运算 直观想象
	全国Ⅱ/理 8	选择题	哥德巴赫猜想/显	数学家	概率	逻辑推理 数学运算
	全国Ⅲ/理 3 文 3	选择题	榫卯/显	数学美	立体几何	逻辑推理 直观想象
	北京/理 4 文 5	选择题	十二平均律/显	数学美	概率	逻辑推理 数学运算 数学抽象
	上海/15	选择题	《九章算术》/显	数学名著	立体几何	直观想象 逻辑推理
	浙江/11	填空题	《张邱建算经》/显	数学名著	方程组	数学运算
2019	全国Ⅰ/理 4 文 4	选择题	断臂维纳斯/显	数学美	比例	逻辑推理 数学运算
	全国Ⅰ/理 6	选择题	《周易》/显	数学名著	概率	逻辑推理 数学运算
	全国Ⅱ/文、理 16	填空题	金石文化/显	数学美	立体几何	数学运算 直观想象
	北京/理 8	选择题	笛卡尔心形曲线/显	数学名题	函数	数学运算 逻辑推理
	浙江/4	选择题	祖暅/显	数学家	立体几何	直观想象 数学运算
2020	全国Ⅰ/理 3 文 3	选择题	埃及金字塔/显	数学美	比例	逻辑推理 数学运算 数学抽象
	全国Ⅱ/理 4	选择题	北京天坛/显	数学美	数列	逻辑推理 数学运算 数学抽象
	北京/10	选择题	圆周率日/显	数学名题	三角学	逻辑推理 数学运算
	山东/4	选择题	日晷/显	数学美	平面几何	逻辑推理 直观想象 数学抽象

2.2 近 10 年基于数学文化的高考试题特征分析

根据以上的统计,并进行深入的系统分析,不难看出近十年高考试题对数学文化的考查,呈现出以下六个方面的特征:

第一,从数量特征角度来看,基于数学文化的高考试题共 25 道,平均每年 2—3 道. 2011—2013 年以数学文化为背景的高考试题较少出现,即使出现也只是以隐性形式来体现数学文化;2014 年的高考试题中无涉及数学文化相关背景的试题. 从 2015 年开始,数学文化受到了高考考查的青睐,且对数学文化的考查,均以显性形式来呈现.

所谓数学文化的隐性考查,是指不直接给出数学文化背景,但试题中隐含着与数学文化相关的数学知识和思想方法;所谓数学文化的显性考查,是指直接给出数学文化背景作为试题的情景或引子,但解答又与数学文化背景基本无关的试题^[4].

第二,从试题题型角度来看,大多试题以选择题的形式进行考查,共有 19 道;其次是填空题,共有 5 道;最后是解答题,仅有 1 道. 自 1978 年恢复高考以来,数学高考考查题型由原来单纯的解答题,逐渐发展为以选择题、填空题和解答题为主的三大题型,题型的发展意味着高考越来越重视对

学生的全面考查,题型的多样性对培养学生的数学核心素养有着积极意义.但从表中数据可以看出,数学文化相关试题绝大多数以选择题的形式呈现,填空题极少,解答题更是寥寥无几.

第三,从素材选取角度来看,以数学美为背景的高考试题数量最多,共计有8道;以数学名著为背景的高考试题位居第二,共计有7道;以数学家和数学名题为背景的高考试题,各有5道.不难看出,各类型试题分布相对较为均匀,且中西方的数学文化素材渗透泾渭分明,中国以数学名著、数学美为主,西方则是数学家、数学名题类偏多.其中,数学名著类素材大多摘自《九章算术》,数学美方面的素材多以中国经典建筑或图案为背景;但以西方数学家、数学名题为素材的试题,没有呈现出规律性的特点.

第四,从文理差异角度来看,在这些数学文化类试题中,理科试题相比文科试题偏多,理科试题共计有17道,文科试题共计有11道,其中有9道为文理科共用试题(不含6道新高考试题).从各地高考数学试卷来看,全国卷的高考试题中每年均有涉及数学文化背景的试题,理科试题明显多于文科试题;自2017年实施不分文理科的新高考以来,沪、浙、京、津、鲁、琼的各地高考试卷中,每年都有新高考试卷涉及数学文化试题,且试卷中的试题位置在逐渐前移,近两年均处在第4题的位置.

第五,从知识考查角度来看,若将高中数学知识划分为代数(向量、数列、函数、三角、算法、线性规划、其他)、几何(立体几何、平面几何)、概率与统计(概率、统计)、微积分(导数、定积分)等四个领域,则不难发现,在这些数学文化类试题中:代数类试题数量最多,共计有13道;几何类试题次之,共计有7道;概率与统计类试题,合计有5道;微积分类试题中,均未涉及到对数学文化的考查.从具体内容来看,在这些试题中,数列有3道,函数有3道,算法有2道,三角有2道,其他有3道(其中比例2道、方程1道),平面几何有2道,立体几何有5道,概率有5道,向量、线性规划、统计、导数、定积分等内容的试题均未涉及到对数学文化的考查.

第六,从核心素养角度来看,数学文化相关的高考试题中,大量渗透了对数学运算与逻辑推理这两大核心素养的考查,其次是直观想象、数学抽

象,而数学建模和数据分析则从未涉及.数学核心素养是数学课程目标的集中反映,是具有数学基本特征的思维品质和关键能力的综合体现,这些核心素养既相对独立、又相互交融,是一个有机的整体^[3].从表中统计结果来看,每道题平均考查2—3个核心素养,以数学文化为载体来考查数学核心素养,可以为如何彰显数学文化对数学核心素养落地的积极作用提供更多有益的思考.当然,研究数学文化不是因为它是潮流,而是因为它的确实关乎学生的终身发展,数学文化“搭台”核心素养“唱戏”,这正体现了旨在培养学生“用数学的眼光观察世界,用数学的思维思考世界,用数学的语言表达世界”的教学目标.

3 基于数学文化的高考试题考查建议

3.1 正确对待数学文化的考查

《课标》指出:数学文化是指数学的思想、精神、语言、方法、观点,以及它们的形成和发展;还包括数学在人类生活、科学技术、社会发展中的贡献和意义,以及与数学相关的人文活动^[3].但目前人们对数学文化的理解仍存在分歧.比如,部分研究者将数学应用试题全盘纳入数学文化的相关试题中,把数学与生活、其他学科等的联系“强行”理解为数学文化,然而有的学者并不认同这一观点.这也是对数学文化的一种庸俗化、简单化的理解,异化了数学文化的内涵,窄化了数学文化的外延,不仅没有触及数学文化的精神实质,难以实现对数学文化的真正考查,还会无形之中增加学生的学习负担^[5].

数学知识是数学文化的载体,数学文化影响着学生的思维方式.数学知识是数学的显性成分,而数学精神、思想方法等则是数学的隐性成分.数学教学中数学文化的融入、数学考试中数学文化的考查成为了教学的重要目标,但首要的任务是确立起正确对待数学文化的态度.数学文化不仅包括了各种具体的知识成分,即问题、方法、语言和理论,还包括相应的观念成分即数学传统,包括核心思想、规范性成分、启发性成分^[6].只有对数学文化有正确的认识,才能更好地把握数学文化,接受数学文化对数学精神、思维方式等潜移默化的积极影响.

(下转第58页)

等知识融会贯通,使得本文的方法适合作为高中数学研究性学习的素材;“性质”的一些特殊情形也可以作为高中数学考试命题的背景素材.有兴趣进一步研究的学生,还可继续学习二次曲线系、射影几何、Pascal 定理等知识^[5].

我们常说,数学教学要提升学生的思维水平、培养发现问题的意识和创新能力.以这个小问题的解决为例,仅限于高中知识的证明毕竟是相对繁琐的;只有在更广阔的知识背景和更高观点的方法的基础上,才能深入发掘其内涵,获得更有价

值的成果.

参考文献

- [1] 科克肖特,沃尔特斯.圆锥曲线的几何性质[M].上海:上海教育出版社,2002
- [2] 冯克勤.射影几何趣谈[M].上海:上海教育出版社,1987
- [3] 黄红. Pascal 定理浅谈[J]. 数学通报,2016,55(2),54-56
- [4] 王雅琪.高观点下的北京高考解析几何试题[J]. 数学通报,2016,55(11):28-30
- [5] 付云皓,朱华伟,郑焕.如何在高中数学课堂激发优生对高等数学的学习兴趣[J]. 数学通报,2015,54(7),38-43

(上接第 53 页)

3.2 合理地数学文化进行考查

自《关于 2017 年普通高考考试大纲修订内容的通知》中首次明确提出“在数学中增加数学文化的内容”以来,数学文化成为了高考的“宠儿”,怎么考、考什么成为了广大师生关注的焦点.据不完全统计,近 10 年的 31 套高考试题中数学文化相关试题仅有 25 道.一方面,试题数量偏少,且大多以选择题的形式出现,以填空题形式出现的也较少,解答题更是寥寥无几(仅 2013 年全国卷 I 中出现一次),因此在今后的数学高考中,可考虑适当增加数学文化类试题的数量,丰富数学文化类试题的题型;另一方面,试题背景大多与数学史、数学家、数学名著和数学名题等相关,并以显性形式呈现试题,试题中大篇幅数学文化素材的出现,无疑增加了学生阅读和理解数学试题的负担,因此如何简化素材背景的选取,将数学文化“隐性化”,真正立足于数学文化的本质对学生的核心素养进行考查,是今后需要探索和研究的课题.

同时,从文理分科的角度来看,在人们的习惯认知里,与理科生相比,文科生更擅长人文阅读,导致了高考在文科命题上有所疏忽,造成了理科试题较文科试题偏多的现象,这显然是有失偏颇的.因此,在文理不分科的新高考背景下,在高考试卷中适当增加数学文化类试题,不仅具有必要性,而且具有可行性.从数学知识和核心素养考查的角度来看,也可进一步拓宽考查的知识领域和能力目标.此外,无论对数学文化怎么考查,我们必须让学生牢记的是,数学文化仅仅是一种命题载体,大可不必恐慌和畏惧,只要在学习过程中,积累数学文化知识,加强阅读训练,提高理

解能力,那么在解题时就可以通过快速的阅读和理解,从背景材料中迅速获取有关数学信息,实现从数学文化载体到知识素养的有效转换,从而使数学问题在“透过现象看本质”中获得成功解决.

总之,数学文化作为一种重要的文化,对学生的素养形成和品格完善具有重要作用,因此在高考中考查数学文化必要且重要,如何考查、考查什么便成为了值得研究的课题.本文以近 10 年六省市高考卷及全国卷的数学试题为研究对象,通过从数量特征、试题题型、素材选取、文理分科、知识考查、核心素养等六个方面的统计分析,旨在探索基于数学文化的高考试题命题的特点和规律,为进一步提高和完善高考对数学文化的考查提出合理化的意见和建议.

参考文献

- [1] 李大潜.将数学建模思想融入数学类主干课程[C].大学数学课程报告论坛,2005 论文集.北京:高等教育出版社,2006
- [2] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(实验)[M].北京:人民教育出版社,2003
- [3] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(2017 版)[M].北京:人民教育出版社,2018
- [4] 夏文涛.寻求历史与考试的最佳结合——基于数学史背景的高考数学试题赏析[J].中小学数学(高中版),2013(7-8):58-61
- [5] 李祯.别被理念绑架教学[J].数学通报,2019,58(2):18-20,25
- [6] 郑毓信.数学教育哲学[M].成都:四川教育出版社,2004:115-160