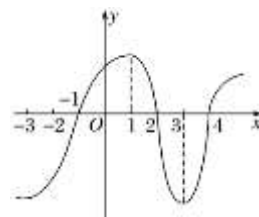


# 江苏省仪征中学高二数学试卷 2020、3

## 一、选择题 ( 本大题共 12 小题 , 共 60.0 分 )

- 如果质点按规律  $S=2t^3$  运动, 则该质点在  $t=3$  的瞬时速度为( )  
A.6                      B.18                      C.54                      D.81
- 已知向量  $\vec{a} = (0,1, 1)$ ,  $\vec{b} = (1,-2,1)$ .若向量  $\vec{a} + \vec{b}$  与向量  $\vec{c} = (m,2, n)$  平行, 则实数  $n$  的值是( )  
A. 6                      B. -6                      C. 4                      D. -4
- 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$ , 若长轴的长为 6, 且两焦点恰好将长轴三等分, 则此椭圆的标准方程为( )  
A.  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{32} = 1$       B.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$       C.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$       D.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$
- 下列结论不正确的是( )  
A.若  $y=3$ , 则  $y' = 0$       B.若  $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$ , 则  $y' = -\frac{1}{2}\sqrt{x}$   
C.若  $y=-\sqrt{x}$ , 则  $y' = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$       D.若  $y=3x$ , 则  $y' = 3$
- 已知等比数列  $\{a_n\}$  为单调递增数列, 设其前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $a_2 = 2$ ,  $S_3 = 7$ , 则  $a_5$  的值为( )  
A. 16                      B. 32                      C. 8                      D.  $\frac{1}{4}$
- 下列不等式或命题一定成立的是( )  
①  $\lg(x^2 + \frac{1}{4}) \geq \lg x (x > 0)$ ;      ②  $\sin x + \frac{1}{\sin x} \geq 2 (x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$ ;  
③  $x^2 + 1 \geq 2|x| (x \in \mathbb{R})$ ;      ④  $y = \frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+2}} (x \in \mathbb{R})$  最小值为 2.  
A. ①②                      B. ②③                      C. ①③                      D. ②④
- 已知关于  $x$  的不等式  $(a^2 - 4)x^2 + (a - 2)x - 1 \geq 0$  的解集为空集, 则实数  $a$  的取值范围是( )  
A.  $[-2, \frac{6}{5}]$       B.  $[-2, \frac{6}{5})$       C.  $(-\frac{6}{5}, 2]$       D.  $(-\infty, 2] \cup [2, +\infty)$
- 设  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 满足  $S_n = 2a_n - 3$ , 则  $S_6 = ( )$   
A. 192                      B. 96                      C. 93                      D. 189

9. 如图为  $y=f'(x)$  的导函数的图象，则下列判断正确的是( )



- ①  $f(x)$  在  $(-3, 1)$  上为增函数； ②  $x=-1$  是  $f(x)$  的极小值点；  
③  $f(x)$  在  $(2, 4)$  上为减函数，在  $(-1, 2)$  上为增函数； ④  $x=2$  是  $f(x)$  的极小值点.

A. ①②③      B. ②③      C. ③④      D. ①③④

10. 曲线  $y=e^{\frac{x}{2}}$  在点  $(4, e^2)$  处的切线与坐标轴所围三角形的面积为( )

A.  $4e^2$       B.  $2e^2$       C.  $e^2$       D.  $\frac{1}{2}e^2$

11. 已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ ，离心率为  $e$ ，若椭圆上存在点  $P$ ，使得

$\frac{PF_1}{PF_2} = e$ ，则该离心率  $e$  的取值范围是( )

A.  $[\sqrt{2}-1, 1)$       B.  $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$       C.  $(0, \sqrt{2}-1]$       D.  $(0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$

12. 当  $n$  为正整数时，定义函数  $N(n)$  表示  $n$  的最大奇因数. 如  $N(3) = 3, N(10) = 5, \dots, S(n) = N(1) + N(2) + N(3) + \dots + N(2^n)$ ，则  $S(5) = ( )$

A. 342      B. 345      C. 341      D. 346

## 二、填空题 ( 本大题共 4 小题，共 20.0 分 )

13. 已知函数  $f(x)=x^3-ax-1$ . 若  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上为增函数，实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. 若曲线  $y=x \ln x$  上点  $P$  处的切线平行于直线  $2x-y+1=0$ ，则点  $P$  的坐标是\_\_\_\_\_.

15. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的离心率为 2，焦点与椭圆  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  的焦点相同，那么双曲线渐近线方程为\_\_\_\_\_.

16. 已知  $ab = \frac{1}{2}$ ， $a, b \in (0, 1)$ ，那么  $\frac{1}{1-a} + \frac{2}{1-b}$  的最小值为\_\_\_\_\_.

三、解答题 ( 本大题共 6 小题 , 共 70.0 分 )

17. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前  $n$  项和为 $S_n$ , 且 $a_2 + a_5 = 25$ ,  $S_5 = 55$ .

- (1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;                      (2)设 $a_nb_n = \frac{1}{3n-1}$ , 求数列 $\{b_n\}$ 的前  $n$  项和 $T_n$ .

18. 已知函数  $f(x)=ax^3+bx^2$  的图象经过点  $M(1,4)$ , 曲线在点  $M$  处的切线恰好与直线  $x+9y=0$  垂直.

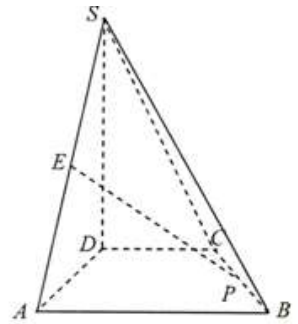
- (1)求实数  $a$ ,  $b$  的值;              (2)若函数  $f(x)$ 在区间 $[m, m+1]$ 上单调递增, 求  $m$  的取值范围.

19. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  上的动点 $M(x,y)(x > 0)$ 到点 $F(2,0)$ 的距离减去  $M$  到直线 $x = -1$  的距离等于 1. (1)求曲线  $C$  的方程;

- (2)若直线 $y = k(x + 2)$ 与曲线  $C$  交于  $A$ ,  $B$  两点, 求证: 直线  $FA$  与直线  $FB$  的倾斜角互补.

20. 已知函数  $f(x) = ax^3 + bx + c$  在  $x=2$  处取得极值  $c-16$ . (1)求实数  $a, b$  的值;  
(2)若  $f(x)$  有极大值 28, 求  $f(x)$  在  $[-3, 3]$  上的最小值.

21. 如图, 在四棱锥  $S-ABCD$  中,  $SD \perp$  平面  $ABCD$ , 四边形  $ABCD$  是直角梯形,  $\angle ADC = \angle DAB = 90^\circ$ ,  $SD = AD = AB = 2$ ,  $DC = 1$ . (1)求二面角  $S-BC-A$  的余弦值;  
(2)设  $P$  是棱  $BC$  上一点,  $E$  是  $SA$  的中点, 若  $PE$  与平面  $SAD$  所成角的正弦值为  $\frac{3\sqrt{70}}{35}$ , 求线段  $CP$  的长.



22. 已知椭圆  $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ,  $F$  为左焦点,  $A$  为上顶点,  $B(2,0)$  为右顶点, 若  $\sqrt{7}|\overrightarrow{AF}| = 2|\overrightarrow{AB}|$ , 抛物线  $C_2$  的顶点在坐标原点, 焦点为  $F$ . (1)求  $C_1$  的标准方程;  
(2)是否存在过  $F$  点的直线, 与  $C_1$  和  $C_2$  交点分别是  $P, Q$  和  $M, N$ , 使得  $S_{\triangle OPQ} = \frac{1}{2}S_{\triangle OMN}$ ? 如果存在, 求出直线的方程; 如果不存在, 请说明理由.