

指向深度思考的数学“问题链”教学探析^{*}

陈敏婕 (南京师范大学附属中学邗城路学校 210019)

摘要:深度思考是不断逼近问题本质的“思想行为”,应当成为数学课堂教学的基本追求.设置合理、有效的“问题链”,是达成学生深度思考的重要路径.“问题链”不应表现为几个简单提问的堆砌,而应呈现出问题的格局和思维的深度,具体应做到:基于学生学情,找准“问题链”设计的逻辑起点;基于结构教学,构建“问题链”的基本框架;基于数学思维,丰富“问题链”的呈现形式.

关键词:问题链;深度思考

初中生正处于思维发展的关键期,心理学家皮亚杰称之为“形式运演阶段”.在这个时期,学习知识固然重要,但学会思考,尤其是深度思考更为重要.诚如爱因斯坦所言:“学习知识要善于思考,思考,再思考……思考才是学习的根本,必须敢于思考,有自己的独特视角、独到见解.独立思考和独立判断的能力,应当始终放在首位.”^[1]这里的独立思考和独立判断的能力,正是强调深度思考的价值.然而,在实际数学课堂教学中,教师却往往自觉不自觉地忽视或压抑学生的数学深度思考,抑或缺乏引导学生进行深度数学思考的正确、合适的手段.要达成深度思考效果,需要教师的有效引领,做到定位高、方法当、执行强.而“问题链”的构建与设置,则是助力深度思考的有效路径.

本文结合“直线与圆的位置关系”的教学,探讨如何在数学课堂教学中设置“问题链”,达到促成学生深度思考的育人目标.

1 对数学学习中深度思考的认识

思考是学习的根本,正像学习有深度学习、浅表学习之分,思考也有深度思考、浅表思考之别.按照布鲁姆的认知目标分类学的观点,记忆、理解、应用等所涉及的学习活动只需要低阶思维,对应的是浅层次思考;而分析、评价、创造等所涉及的学习活动则需要高阶思维,对应的是深层次思考,即深度思考.尽管对布鲁姆的这一分类尚存有一定的争议,例如,不少学者认为理解、应用涉及的思考活动并非只是浅层次思考,而是有诸多深度思考的成分,但对于学习活动的思考行为有深浅之分确是达成共识的.本文无意对深度思考的内涵作过多考辨,而仅从可操作性的视角对数学

学习中的深度思考作些描述与刻画.

基于数学学科学习的深度思考,即指从问题的深入分析与解决、过程的精致投入与评判、方法的高效使用与创新等视角展开的高阶数学思维活动,这是一种不断逼近问题本质的“思想行为”.表现为深层次推理、多角度分析、精致化概括、个性化创见等数学学习过程.

数学本就是以思维见长的学科,数学的学习能启迪、培养、发展学生的思维;能够集中、加速和强化人们的注意力和思考力;几乎没有其他环境能像数学那样使学生如此直觉地感到思考的重要性.数学的这种学科特殊性决定了其在培养学生思考方面的独到之处.数学学习必须要擅于思考、敢于思考、往深处思考.如果没有自己的审慎思考、深入思考,对知识的理解就不会深刻,也就不会产生独到见解.可以说,深度思考是数学学习的根本.

在数学教学中促进学生的深度思考不是一件容易的事情,需要教师具备良好的教学技能和教学智慧,选择合适的教学路径及策略,创设生动的数学思考的活动氛围,以便激发起学生深度思考的热情和动力.

2 对“问题链”的认识

数学家哈尔莫斯(P.R.Halmos)基于自己的教学感受指出:“问题是数学的心脏”,并建议:“最好的学习方法是动手——提问——解决问题.最好的教学方法是让学生提问,解决问题,不要只传授知识,要鼓励行动.”^[2]可见,“问题”在数学教学中有着举足轻重的地位.事实上,通常的数学课堂教学中“提出问题——跟进理答”的做法业已成为

^{*} 本文系南京市教育科学规划第十一期个人课题“指向深度思考的初中数学教学路径研究”(编号:Ec3311)的研究成果.

主流的教学活动形式,只不过,这种“问—答”活动形式往往具有一定的随意性、零散性和片面性,多数并没有形成系统、有序的“问题链”。

所谓“问题链”,指的是以学生的实际生活和思维层次为基础,根据教学的核心内容和目标精心设计,能够引领学生积极参与、深度思考的多个问题构成的问题序列,这些问题具有明显的启发性、层次性、结构性、系统性等特征。值得注意的是,“问题链”并非几个简单、随意问题的叠加,而是需要精心构思、综合考量、整体架构,形成具有目的性、环环相扣、层层递进的系统化问题组。就一节数学课展开的“问题链”而言,通常由几个核心问题串起课堂教学活动的主线,每个核心问题再由若干个子问题构成一个群组,而每个子问题往往又包含一些必要的追问、反问、诘问等。

3 指向深度思考的“问题链”设计案例剖析

旨在促进学生深度思考的问题链设计对数学教师提出了更高的要求。一方面,教师需要具备立足于学生深度思考组织教学的信念,而不是单纯地落脚于数学教学内容的教授上;另一方面,教师需要具备问题链设计的技能,能根据数学教学内容的特点,深入挖掘,精心组织,设置切实可行的问题串。设计的问题要有利于学生展开联想、抽象、推理、决策等数学深层次思考活动。下文以“直线与圆的位置关系”为例,对此作些探讨。

3.1 内容特点解析

“直线与圆的位置关系”是在学生已经学习了点与圆的位置关系之后,对直线与圆的位置关系的再探索,所以本节的研究可以类比点与圆的位置关系,得到直线与圆的三种位置关系:相交、相切、相离。

对直线与圆的位置关系的研究,反映了数与形之间的内在联系。这里的数形结合,既是重要的知识内容,又是重要的思想方法。此外,直线与圆的位置关系是后续研究切线判定定理的基础。教学中,需注意引导学生有意识地反思知识形成过程中所蕴含的数学思想方法,增强发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力。

3.2 “问题链”三个层次的问题设计

根据“直线与圆的位置关系”的内容特点和学习要求,本着促进学生深度思考的教学旨趣,确立了由三个核心问题引领、多个子问题和追问构成的三个层次的问题链。具体如下:

问题1 已经研究了点和圆的位置关系,还可以研究哪些元素与圆的位置关系?

设计意图 教师不是直接告诉学生本节课要研究的内容,而是基于学生的已有认知经验和水平,以半开放的问题引导学生联想、分析,并作出决策,此处无疑需要学生进行更为深入的数学思考活动。

问题2 如何研究直线与圆的位置关系?

设计意图 根据学生的已有经验,从数学研究方法的高度启领学生思考,完全放权让学生自己规划研究的路径与方法,给学生留足思考的时间与空间。教学形式上先独立思考,再讨论交流,最后小结汇报,在师生的互动过程中动态生成新知。

追问1 你有哪些经验?

追问2 点和圆的位置关系研究了哪些内容?是如何研究的?

设计意图 通过追问1激发已有经验,为后续引导学生类比思考、自主探究直线与圆的位置关系作好铺垫。追问2启发学生从研究内容和研究方法方面进行类比。

子问题1 你能将直线与圆的位置关系进行分类吗?画出示意图,说说你的分类标准。

设计意图 分类要遵循不重不漏的原则。预设有的学生可能根据直线与圆有无公共点分成两类;有的学生可能根据公共点的个数(0个、1个、2个)分成三类。通过归纳直线与圆的三种位置关系,介绍直线与圆相交、相切、相离的概念。

子问题2 直线与圆的三种位置关系中,每种位置关系对应了怎样的数量关系?

追问1 点与圆的位置关系对应的是哪两个量之间的数量关系?为什么用这两个量?

追问2 直线与圆的位置关系对应哪两个量之间的数量关系?为什么?

追问3 反过来,由圆心到直线的距离 d 与半径 r 的数量关系能否确定直线与圆的位置关系?

设计意图 通过子问题2和三个环环相扣的追问,将学生的思考引向深入。回顾点与圆的位置关系,对应了点到圆心的距离 d 与半径 r 的大小关系。点到圆心的距离 d 的大小反映了点与圆的接近程度,而 d 与半径 r 的大小关系恰好对应点与圆的三种位置关系。类比思考直线与圆的位置关系,由直线与圆的位置关系可以得出 d 与 r

的数量关系,反之,由 d 与 r 的数量关系可以判定直线与圆的位置关系.

子问题3“点与圆的位置关系”与“直线与圆的位置关系”之间有怎样的区别和联系呢?

设计意图 将“直线与圆的位置关系”转化为“点(圆心到直线的垂线段的垂足)与圆的位置关系”进行研究.

问题4 你还想研究什么?你准备如何研究?

设计意图 用“还想研究什么?”这一问题实现首尾呼应,引发学生的思考.进一步鼓励学生将数学的思考延伸到课后,掌握研究数学问题的一般思路和方法.

4 深度思考视域下的问题链设置要点

4.1 基于学生学情,找准“问题链”的设计落点,开拓思维空间

学生是数学学习的主体,以学定教,教师要对学生们的生活经验、知识基础和学习情感进行全面把握,从中挖掘出有效的切入点进行“问题链”的设计.

面向全体学生的人本理念让不同的学生有不同的收获.本课例中,“如何研究直线与圆的位置关系?”给学生留足思考的时间与空间,“引而不牵”,让学生的思维充分展开.鼓励学生先独立思考、自主探索,再小组合作、同伴互助,最后小结汇报、完善补充.设置追问:“你有哪些经验?”“点和圆的位置关系研究了哪些内容?是如何研究的?”等唤醒学生的旧知,为学生搭建思维的阶梯.

4.2 基于结构教学,构建“问题链”的基本框架,提升思维层次

结构式教学是一种高效化的课堂教学模式,能够有效地避免课堂上低效化的“一问一答”.在设计“问题链”时,要以整体到局部的思想为指导,首先构建起统领全课或某一新知识系统的问题链框架,再对每一部分进行细化,通常利用横向为主、纵向为辅的方式构建“问题链”框架.

首先基于核心问题,找准“问题链”的主线,其次设计“子问题”,完善“问题链”整体框架.如本课例中有四个大问题:“问题1 已经研究了点

和圆的位置关系,还可以研究哪些元素与圆的位置关系?”“问题2 点与圆共有几种位置关系?每种位置关系对应怎样的数量关系?”“问题3 如何研究直线与圆的位置关系?”“问题4 你还想研究什么?你准备如何研究?”其中,问题1提出了本课的研究课题,问题2回顾了已有的认知经验,问题3则是本课的研究核心,问题4则为思考的延伸提供平台.

在问题“直线与圆的三种位置关系中,每种位置关系对应了怎样的数量关系?”中,设置三个追问:“点与圆的位置关系对应的是哪两个量之间的数量关系?为什么用这两个量?”“直线与圆的位置关系对应哪两个量之间的数量关系?为什么?”“反过来呢?”追问环环相扣,让学生的反思层层深入,思维拾级而上.

4.3 基于数学思维,丰富“问题链”的呈现形式,延展思维深度

挖掘教学内容里隐含的数学思维元素,对“问题链”的呈现形式进行丰富化设计,让学生经历自主构建的过程,学会思考问题、解决问题,在反思中不断提升,达到思维的凝缩,推动学生数学思维的发展.

设置问题1“前面研究了点和圆的位置关系,还可以研究哪些元素与圆的位置关系?”引发学生新的思考,促进发散性思维.设置问题4“你还想研究什么?你准备如何研究?”启发学生借助于研究经验的迁移,畅想其他类似问题的研究内容和研究方法,进一步积累基本活动经验.

波利亚曾说过:“当我们解决了一个好的问题时,我们需要找到更多的好的问题.”一个好问题就像蘑菇在堆里生长,当你找到其中一个时,你应该继续在它周围寻找.优质“问题链”的设置,能在教学过程中串联教学内容,促进知识的自然生长和教学资源的生成,引发学生的思维碰撞和深层思考,凸显数学学习的本质.

参考文献

- [1] 阿尔伯特·爱因斯坦.爱因斯坦文集(第3卷)[M].许良英,赵中立,张宣三,等译.北京:商务印书馆,1979:142.

在数学的天地里,重要的不是我们知道什么,而是我们怎么知道什么.

——毕达哥拉斯