

江苏省仪征中学2020年高考数学冲刺卷(五)

数学 I

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 日期 _____ 评价 _____

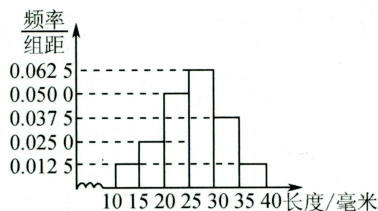
一、填空题(本大题共 14 小题,每小题 5 分,共计 70 分)

1. 设全集 $U = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$, 若集合 $M = \{1\}$, 则 $\complement_U M =$ _____.

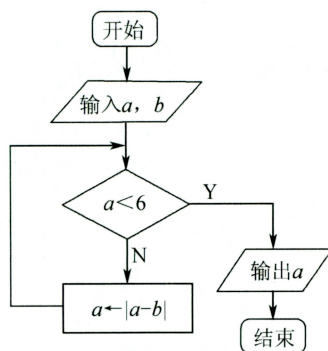
2. 已知 $\frac{5i}{2-i} = a + bi (a, b \in \mathbf{R}, i \text{ 为虚数单位})$, 则 $a + b =$ _____.

3. 从集合 $\{1, 2, 3\}$ 中随机取一个元素, 记为 a , 从集合 $\{2, 3, 4\}$ 中随机取一个元素, 记为 b , 则 $a \leq b$ 的概率为 _____.

4. 对一批产品的长度(单位:毫米)进行抽样检测, 样本容量为 400, 下图为检测结果的频率分布直方图. 根据产品标准, 单件产品长度在区间 $[25, 30)$ 的为一级品, 在区间 $[20, 25)$ 和 $[30, 35)$ 的为二级品, 其余均为三级品. 则样本中三级品的件数为 _____.



(第 4 题)



(第 5 题)

5. 运行如图所示的流程图, 如果输入 $a = 11, b = 2$, 则输出的 $a =$ _____.

6. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0, \\ x + y - 3 \geq 0, \\ 3x - y - 3 \leq 0, \end{cases}$ 则当 $2x - y$ 取得最小值时, $x^2 + y^2$ 的值为 _____.

7. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点到双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 渐近线的距离为 _____.

8. 已知函数 $f(x) = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$, $x \in [-\pi, a]$ 的值域为 $[-2, 1]$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

9. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 d 不为 0, 若 $a_5 = a_1^2$, 且 a_1 与 a_{21} 的等比中项为 a_5 , 则 $a_1 =$ _____.

10. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 若 $PA = \sqrt{2}, PB = \sqrt{3}, PC = 2$, 且 PA, PB, PC 两两垂直, 则此三棱锥外接球的体积是 _____.

11. 若函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 + 2^x - 1$, 则不等式 $f(x) + 7 < 0$ 的解集为 _____.

12. 设 $x > 0, y > 0$, 向量 $a = (1-x, 4), b = (x, -y)$, 若 $a \parallel b$, 则 $x + y$ 的最小值为 _____.

13. 已知集合 $A = \{(x, y) | 4x + 3y = 0\}$, 集合 $B = \{(x, y) | (x-m)^2 + y^2 \geq 16\}$, 且 $A \subseteq B$, 则实数 m 的取值范围是 _____.

14. 若不等式 $[y^2 + (2x-5)y - x^2] \cdot (\ln x - \ln y) \leq 0$ 对任意的 $y \in (0, +\infty)$ 恒成立, 则实数 x 的取值集合为 _____.

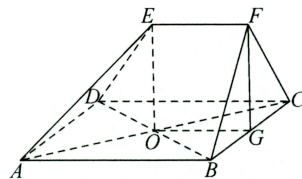
二、解答题(本大题共 6 小题,共 90 分.解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (本小题满分 14 分)已知向量 $\mathbf{a}=(2\sin \theta, 1)$, $\mathbf{b}=(2\cos \theta, -1)$, 其中 $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

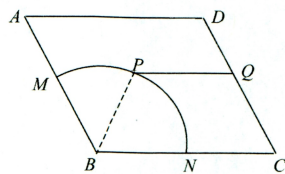
- (1) 若 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 求角 θ 的大小;
- (2) 若 $|\mathbf{a}-\mathbf{b}|=2|\mathbf{b}|$, 求 $\tan \theta$ 的值.

16. (本小题满分 14 分)如图,在多面体 $ABCDEF$ 中,四边形 $ABCD$ 是菱形, AC, BD 相交于点 O , $EF \parallel AB$, $AB=2EF$, 平面 $BCF \perp$ 平面 $ABCD$, $BF=CF$, 点 G 为 BC 的中点.

- (1) 求证: 直线 $OG \parallel$ 平面 $EFCD$;
- (2) 求证: 直线 $AC \perp$ 平面 ODE .



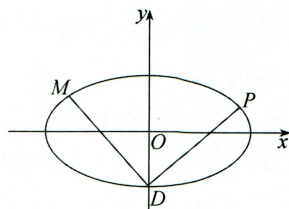
17. (本小题满分 14 分) 如图, 某广场中间有一块边长为 2 百米的菱形状绿化区 $ABCD$, 其中 BMN 是半径为 1 百米的扇形, $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$. 管理部门欲在该地从 M 到 D 修建小路: 在 $\widehat{MN}$ 上选一点 P (异于 M, N 两点), 过点 P 修建与 BC 平行的小路 PQ .



- (1) 设 $\angle PBC = \theta$, 试用 θ 表示修建的小路 $\widehat{MP}$ 与线段 PQ 及线段 QD 的总长度 l ;
- (2) 求 l 的最小值.

18. (本小题满分 16 分) 如图, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, 椭圆 C 的右焦点到右准线的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$, 椭圆 C 的下顶点为 D .

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 若过 D 点作两条互相垂直的直线分别与椭圆 C 相交于点 P, M . 求证: 直线 PM 经过一定点.



19. (本题满分 16 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且对一切正整数 n 都有 $S_n = n^2 + \frac{1}{2}a_n$.

(1) 求证: $a_{n+1} + a_n = 4n + 2 (n \in \mathbf{N}^*)$;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3) 是否存在实数 a , 使不等式 $\left(1 - \frac{1}{a_1}\right)\left(1 - \frac{1}{a_2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{a_n}\right) < \frac{2a^2 - 3}{2a\sqrt{2n+1}}$ 对一切正整数 n 都成立? 若存在, 求出 a 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

20. (本小题满分 16 分) 已知函数 $f(x) = e^x - ax^2 - bx - 1$, 其中 $a, b \in \mathbf{R}$, e 为自然对数的底数.

(1) 若函数 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程是 $y = (e-1)x - 1$, 求实数 a 及 b 的值;

(2) 设 $g(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数, 求函数 $g(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最小值;

(3) 若 $f(1) = 0$, 函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 内有零点, 求 a 的取值范围. 参考数据: $\sqrt{e} + 1 < e$.