

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第一学期期末模拟测试 2

高一年级数学试卷

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{x | -2 < x < 2, x \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cup B =$ ().

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{-1, 0, 1, 2\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2. 若命题 “ $\forall x \in \mathbb{R}, |x| - 1 + m > 0$ ” 是假命题，则实数 m 的取值范围是 ().

- A. $[1, +\infty)$ B. $(-1, +\infty)$ C. $(-\infty, 1)$ D. $(-\infty, 1]$

3. 小亮发现时钟显示时间比北京时间慢了一个小时，他需要将时钟的时针旋转 ().

- A. $-\frac{\pi}{3} \text{ rad}$ B. $-\frac{\pi}{6} \text{ rad}$ C. $\frac{\pi}{6} \text{ rad}$ D. $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$

4. 函数 $f(x) = \lg(2x) + x - 1$ 的零点所在区间为 ().

- A. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ C. $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ D. $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$

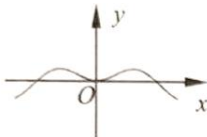
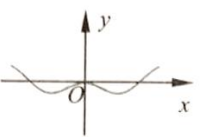
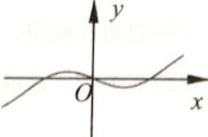
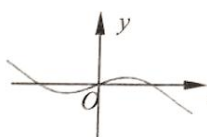
5. 设 $a = 2^{0.5}$, $b = 2^{\sqrt{3}}$, $c = \log_{\sqrt{2}} 2$, 则 a, b, c 大小关系正确的是 ().

- A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

6. 要得到函数 $f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象，只需要将函数 $g(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象上所有的点 ().

- A. 纵坐标变为原来的 2 倍 (横坐标不变)，再向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (纵坐标不变)；
 B. 纵坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (横坐标不变)，再向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，横坐标变为原来的 2 倍 (纵坐标不变)；
 C. 纵坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (横坐标不变)，再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，横坐标变为原来的 2 倍 (纵坐标不变)；
 D. 纵坐标变为原来的 2 倍 (横坐标不变)，再向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (纵坐标不变).

7. 函数 $f(x) = \left(\frac{2}{1+2^x} - 1\right)\sin x$ 的图象大致形状为 ().

- A.  B.  C.  D. 

8. 2020 年 12 月 17 日凌晨 1 时 59 分，嫦娥五号返回器携带月球样品成功着陆，这是我国首次实现了地外天体采样返回，标志着中国航天向前又迈出了一大步．月球距离地球约 38 万千米，有人说：在理想状态

下, 若将一张厚度约为 0.1 毫米的纸对折 n 次其厚度就可以超过到达月球的距离, 那么至少对折的次数 n 是 () ($\lg 2 \approx 0.3$, $\lg 3.8 \approx 0.6$)

- A. 40 B. 41 C. 42 D. 43

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 3 分, 有选错的得 0 分.

9. 下列说法正确的有 ()

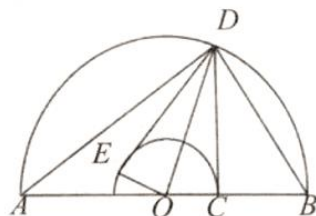
- A. 命题“若 $a^2 = b^2$, 则 $a = b$ ”为真; B. 命题“ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > x$ ”为假;
C. 命题“函数 $y = x$ 与 $s = t$ 表示相同函数”为假; D. 命题“ $\forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \sin x < x < \tan x$ ”为真.

10. 若函数 $f(x)$ 同时满足: ①对于定义域内的任意 x , 恒有 $f(x) + f(-x) = 0$, ②对于定义域上的任意 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 恒有 $x_2 f(x_2) - x_1 f(x_2) > x_2 f(x_1) - x_1 f(x_1)$; 则称函数 $f(x)$ 具有性质 P . 下列函数中具有性质 P 的是 ().

- A. $y = \ln(\sqrt{1+x^2} + x)$ B. $y = \tan x$ C. $y = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases}$ D. $y = -\frac{1}{x}$

11. 公元 3 世纪末, 古希腊亚历山大时期的一位几何学家帕普斯发现了一个半圆模型 (如图所示), 以线段 AB 为直径作半圆 ADB , $CD \perp AB$, 垂足为 C , 以 AB 的中点 O 为圆心, OC 为半径再作半圆, 过 O 作 $OE \perp OD$, 交半圆于 E , 连接 ED , 设 $BC = a$, $AC = b$, ($0 < a < b$), 则下列不等式一定正确的是 ().

- A. $\frac{a+b}{2} < \sqrt{b^2 + ab}$ B. $\frac{a+b}{2} < \sqrt{a^2 + ab}$
C. $b > \sqrt{a^2 + ab}$ D. $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} > \frac{a+b}{2}$



12. 声音是由物体振动产生的声波. 我们听到的每个音都是由纯音合成的, 纯音的数学模型是函数 $y = A \sin \omega t$. 音有四要素: 音调、响度、音长和音色, 它们都与函数 $y = A \sin \omega t$ 中的参数有关, 比如: 响度与振幅有关, 振幅越大响度越大, 振幅越小响度越小; 音调与频率有关, 频率低的声音低沉, 频率高的声音尖利. 像我们平时听到乐音不只是一个音在响, 而是许多音的结合, 称为复合音. 我们听到的声音函数是 $y = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{4} \sin 4x + \dots$. 结合上述材料及所学知识, 你认为下列说法中正确的有 ().

- A. 函数 $y = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{4} \sin 4x + \dots + \frac{1}{100} \sin 100x$ 不具有奇偶性;
B. 函数 $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{4} \sin 4x$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{16}, \frac{\pi}{16}\right]$ 上单调递增;
C. 若某声音甲对应函数近似为 $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{4} \sin 4x$, 则声音甲的响度一定比纯音 $h(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$ 响度大;

D. 若某声音甲对应函数近似为 $g(x) = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x$ ，则声音甲一定比纯音 $h(x) = \frac{1}{3} \sin 3x$ 更低沉.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 计算： $\pi^0 + \sqrt{\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{2}{3}}} - \ln \sqrt[3]{e} + \sin \frac{7\pi}{6} = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. 已知幂函数 $f(x) = (m^2 - m - 1)x^{\frac{1}{m}}$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增，则实数 m 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

15. 函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \geq 0 \\ 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right), & -\pi \leq x < 0 \end{cases}$ ，若方程 $f(x) = a$ 恰有三个不同的解，记为 x_1, x_2, x_3 ，

则 $x_1 + x_2 + x_3$ 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

16. 已知关于 x 的一元二次不等式 $bx^2 - 2x - a > 0$ 的解集为 $\{x \mid x \neq c\} (a, b, c \in \mathbb{R})$ ，则 $\frac{a^2 + b^2 + 8}{b + c} (b + c \neq 0)$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 10 分) 已知集合 $A = \{x \mid y = \ln(x - 2 + a)\} (a \in \mathbb{R})$ ， $B = \left\{x \mid \frac{x-3}{x+2} > 0\right\}.$

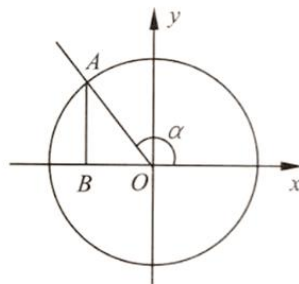
(1) 当 $a = 1$ 时，求 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B)$ ；

(2) 若 $x \in A$ 是 $x \in B$ 的充分条件，求实数 a 的取值范围.

18. (本题满分 12 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，钝角 α 的始边与 x 轴的非负半轴重合，终边与半径为 3 的圆相交于点 A ，过点 A 作 x 轴的垂线，垂足为点 B ， $OB = 2$.

(1) 求 $\tan \alpha$ 的值；

(2) 求 $\frac{2 \sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) + \sin(\pi + \alpha)}{\cos(\alpha + 5\pi)}$ 的值.



19. (本题满分 12 分) 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + 2b - a^2 (a, b \in \mathbb{R})$ ，当 $x \in (-1, 3)$ 时， $f(x) > 0$ ；当 $x \in (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ ， $f(x) < 0$.

(1) 求 a, b 的值； (2) 解关于 x 的不等式： $ax^2 + (b - c)x + 2c > 0 (c \in \mathbb{R})$ ；

(3) 若不等式 $f(x) + mx - 5 < 0$ 在 $x \in [1, 3]$ 上恒成立，求 m 的取值范围.

20. (本题满分 12 分)

某厂家为增加某种商品的销售量，决定增加广告投入费用，据市场调查，增加的销售量 x (单位：千件) 与广告投入费用 $H(x)$ (单位：万元) 满足下列数据：(其中 $0 \leq x \leq 16$)

增加的销量 x	0	1	2	4	5
广告投入费用 $H(x)$	0.000	0.452	0.816	1.328	1.500

为了描述增加的销售量与投入广告费的关系，现有以下三种函数模型供选择：

$$H(x) = ax^3 + bx^2 + cx, \quad H(x) = 0.5^x + a, \quad H(x) = k \log_a x + b (a, b, c \in R)$$

- (1) 选出你认为最符合实际的函数模型，并求出相应的函数解析式；
- (2) 你认为销售量增加达到多少时，才能使每千件的广告费用最少？

21. (本题满分 12 分) 定义：设函数 $f(x)$ 的定义域为 D ，若存在实数 m, M ，对任意的实数 $x \in D$ ，有 $f(x) \leq M$ ，则称函数 $f(x)$ 为有上界函数， M 是 $f(x)$ 的一个上界；若 $f(x) \geq m$ ，则称函数 $f(x)$ 为有下界函数， m 是 $f(x)$ 的一个下界；若 $m \leq f(x) \leq M$ ，则称函数 $f(x)$ 为有界函数；若函数 $f(x)$ 有上界或有下界，则称函数 $f(x)$ 具有有界性。

- (1) 判断下列函数是否具有有界性：① $y = -x^2 + 2x$ ；② $y = 2^x$ ；③ $y = \tan x$ ；
- (2) 已知函数 $f(x) = \log_2 \frac{4x}{x-1}$ 定义域为 $[2, +\infty)$ ，若 M 为函数 $f(x)$ 的上界，求 M 的取值范围；
- (3) 若函数 $g(x) = \frac{4^x + 2a}{2^x}$ ($a > 0$) 定义域为 $[2, 4]$ ， m 是函数 $g(x)$ 的下界，求 m 的最大值。

22. (本题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = 2 \cos(\omega x + \varphi) + \sqrt{2}$ ($0 < \omega < 2, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$)。

请在下面的三个条件中任选两个解答问题。① 函数 $f(x)$ 的图象过点 $(0, 2\sqrt{2})$ ；② 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{1}{2}, \sqrt{2})$ 对称；③ 函数 $f(x)$ 相邻两个对称轴之间距离为 2。

- (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式；
- (2) 若 x_1, x_2 是函数 $f(x)$ 的零点，求 $\cos \frac{(x_1 + x_2)\pi}{2}$ 的值组成的集合；
- (3) 当 $a \in (-2, 0)$ 时，是否存在 a 满足不等式 $f\left(2a + \frac{3}{2}\right) > f(a)$ ？若存在，求出 a 的范围；若不存在，请说明理由。