

3.2.4 空间中的距离

一、学习目标

1. 掌握向量长度计算公式. (重点)
2. 会用向量方法求两点间的距离、点到平面的距离、直线到平面的距离和面到面的距离. (重点、难点)
3. 通过学习空间距离的求解, 提升逻辑推理、数学运算素养.

二、课前自学

“距离”在生活中随处可见, 其概念是从生活中的具体问题中抽象出来的. 我们已经学过点与点之间的距离, 那么在空间中两个图形之间的距离又是怎样呢?

1. 空间中两点之间的距离

空间中两点之间的距离指的是这_____.

思考 1: 在空间中怎样求两点之间的距离?

2. 点到直线的距离

给定空间中一条直线 l 及 l 外一点 A , 因为 l 与 A 能确定_____, 所以过 A 可以作直线 l 的一条_____, _____称为点 A 到直线 l 的距离.

3. 点到平面的距离

(1) 给定空间中一个平面 α 及 α 外一点 A , 过 A 可以作平面 α 的一条垂线段, _____称为点 A 到平面 α 的距离.

(2) 一般地, 若 A 是平面 α 外一点, B 是平面 α 内一点, n 是平面 α 的一个法向量, 则点 A 到平面 α 的距离为 $d =$ _____.

4. 相互平行的直线与平面之间、相互平行的平面与平面之间的距离

(1) 当直线与平面平行时, 直线上 _____称为这条直线与这个平面之间的距离, 如果直线 l 与平面 α 平行, n 是平面 α 的一个法向量, A 、 B 分别是 l 上和 α 内的点, 则直线 l 与平面 α 之间的距离为 $d =$ _____.

(2) 当平面与平面平行时, 一个平面内任意一点 _____称为这两个平行平面之间的距离.

如果平面 α 与平面 β 平行, n 是平面 β 的一个法向量, A 和 B 分别是平面 α 和平面 β 内的点, 则平面 α 和平面 β 之间的距离为 $d =$ _____.

思考 2: 线面距、面面距与点面距有什么关系?

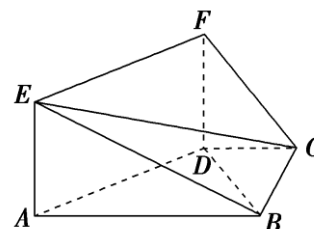
三、问题探究

【例 1】已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1=1$, $AB=4$, $BC=3$, $\angle ABC=90^\circ$, 求:

- (1) 点 A 与 C_1 间的距离;
- (2) 点 B 到直线 A_1C_1 的距离;
- (3) 点 A 到平面 A_1C_1B 的距离.

【例 2】如图, 矩形 $ADFE$ 和梯形 $ABCD$ 所在平面互相垂直, $AB \parallel CD$, $\angle ABC = \angle ADB = 90^\circ$, $CD=1$, $BC=2$, $DF=1$.

- (1) 求证: $BE \parallel$ 平面 DCF ; (2) 求: 点 B 到平面 DCF 的距离.



问: BE 与平面 DCF 间的距离? 平面 ABE 与平面 DCF 间的距离?

【思考】异面直线 BE 、 DC 间的距离?

四、课堂小结

3.2.4 空间中的距离

1. 已知平面 α 的一个法向量 $\mathbf{n}=(-2, -2,1)$, 点 $A(-1,3,0)$ 在 α 内, 则 $P(-2,1,4)$ 到 α 的距离为()

A. 10

B. 3

C. $\frac{8}{3}$

D. $\frac{10}{3}$

2. 已知平面 α 的一个法向量 $\mathbf{n}=(-2, -2,1)$, 点 $A(x,3,0)$ 在平面 α 内, 则点 $P(-2,1,4)$ 到平面 α 的距离为 $\frac{10}{3}$, 则 $x=()$

A. -1

B. -11

C. -1 或 -11

D. -21

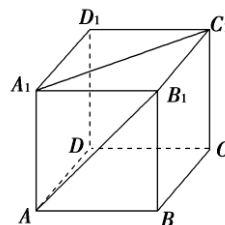
3. 若正四棱柱 $ABCD A_1B_1C_1D_1$ 的底面边长为 1, AB_1 与底面 $ABCD$ 成 60° 角, 则 A_1C_1 到底面 $ABCD$ 的距离为()

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. 1

C. $\sqrt{2}$

D. $\sqrt{3}$



4. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=30^\circ$, $\angle B=90^\circ$. D 是 BC 边的中点, $AC=2$, $DE \perp$ 平面 ABC , $DE=1$, 则点 E 到斜边 AC 的距离是_____.

5. 三棱柱 $A_1B_1C_1ABC$ 是各条棱长均为 a 的正三棱柱, D 是侧棱 CC_1 的中点.

(1) 求证: 平面 $AB_1D \perp$ 平面 ABB_1A_1 ;

(2) 求点 C 到平面 AB_1D 的距离;

*(3) 求异面直线 AA_1 与 BC 间的距离.