

高二数学小题精练 (2021.5.7)

1. 在一次比赛中，需回答三个问题，比赛规定：每题回答正确得 100 分，回答不正确得 -100 分，则选手甲回答这三个问题的总得分 ξ 的所有可能取值的个数是()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 随机变量 X 的分布列如下：

X	-1	0	1
P	a	b	c

其中 a, b, c 成等差数列，则 $P(|X| = 1) = ()$

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

3. 写出下列随机变量的可能取值，并说明随机变量所表示的随机试验的结果.

(1) 从甲地到乙地有汽车、火车和飞机 3 种直达交通工具，旅费分别为 100 元、80 元和 400 元，某人从甲地去乙地旅游，他的旅费为 X ；

(2) 盒内装着标有 1~4 号的大小相同的 4 个小球，随机抽取 2 个，所得的号码之和为 Y .

4. 在某项体能测试中，跑 1km 时间不超过 4min 为优秀，某同学跑 1km 所花费的时间 X 是离散型随机变量吗？如果我们只关心该同学是否能够取得优异成绩，应该如何定义随机变量？

5. 袋中装有黑球和白球共 7 个，从中任取 2 个球都是白球的概率为 $\frac{1}{7}$. 现在甲、乙两人从袋中轮流摸取 1 球，甲先取，乙后取，然后甲再取...，取后不放回，直到两人中有一人取到白球为止，每个球在每一次被取出的机会是相等的，用 ξ 表示终止时所需要的取球次数.

(1) 求袋中原有白球的个数；

(2) 求随机变量 ξ 的概率分布列及期望.

答案和解析

1. 【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了离散型随机变量，属于基础题.由题意，得出总得分 ξ 的所有可能取值.

【解答】解：选手甲可能回答的结果有全对，两对一错，两错一对，全错，共4种，相应得分为300分，100分，-100分，-300分，所以 ξ 的所有可能取值的个数是4，故选D.

2. 【答案】D

【解析】解： $\because$ 随机变量 X 的分布列如下：

X	-1	0	1
P	a	b	c

$$\therefore a + b + c = 1, \text{ 且 } a, b, c \in [0,1]. \text{ ①}$$

$\because a, b, c$ 成等差数列，

$$\therefore 2b = a + c, \text{ ②}$$

$$\text{联立①②，得 } b = \frac{1}{3}, a + c = \frac{2}{3},$$

$$\therefore P(|x| = 1) = P(X = -1) + P(X = 1) = a + c = \frac{2}{3}.$$

故选：D.

由随机变量 X 的分布列的性质得 $a + b + c = 1$ ，且 $a, b, c \in [0,1]$.由 a, b, c 成等差数列，得 $2b = a + c$ ，从而能求出 $P(|x| = 1) = P(X = -1) + P(X = 1)$ 的值.

本题考查概率的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意随机变量的分布列和等差数列的性质的合理运用.

3. 【答案】解：(1)从甲地到乙地有汽车、火车和飞机3种直达交通工具，旅费分别为100元、80元和400元，某人从甲地去乙地旅游，他的旅费为 X 可能取值为：80，100，400.

(2)盒内装着标有1~4号的大小相同的4个小球，随机抽取2个，所得的号码之和为 Y 可能取值情况为：(1,2)，(1,3)，(1,4)，(3,2)，(2,4)，(3,4)，(数字无顺序). Y 的可能取

值：3，4，5，6，7.

【解析】(1)根据：从甲地到乙地有汽车、火车和飞机3种直达交通工具，旅费分别为100元、80元和400元，某人从甲地去乙地旅游，即可得出他的旅费为 X 可能取值.

(2)盒内装着标有1~4号的大小相同的4个小球，随机抽取2个，所得的号码之和为 Y 可能取值为：(1,2)，(1,3)，(1,4)，(3,2)，(2,4)，(3,4)，(数字无顺序).

本题考查了随机变量的取值、列举法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

4.【答案】解：若随机变量 X 只取有限多个或可列无限多个值，则称 X 为离散型随机变量，

在某项体能测试中，跑1km时间不超过4min为优秀，

某同学跑1km所花费的时间 X 的取值是连续的，

∴某同学跑1km所花费的时间 X 不是离散型随机变量，是连续型随机变量.

如果只关心是否优秀，只需定义一个两点随机变量就可以.

【解析】在某项体能测试中，某同学跑1km所花费的时间 X 的取值是连续的，从而得到 X 是连续型随机变量.如果只关心是否优秀，只需定义一个两点随机变量就可以.

本题考查离散型随机变量的判断与应用，是基础题，解题时要认真审题，注意离散型随机变量的定义的合理运用.

5.【答案】解：(1)设袋中原有 n 个白球，由题意知

$$\frac{1}{7} = \frac{C_n^2}{C_7^2} = \frac{\frac{n(n-1)}{2}}{\frac{7 \times 6}{2}} = \frac{n(n-1)}{7 \times 6}, \text{-----3分}$$

所以 $n(n-1) = 6$,

解得 $n = 3$ 或 $n = -2$ (舍去),

即袋中原有3个白球; -----6分

(2)由题意知 ξ 的可能取值为1, 2, 3, 4, 5.

$$\text{且 } P(\xi = 1) = \frac{3}{7};$$

$$P(\xi = 2) = \frac{4 \times 3}{7 \times 6} = \frac{2}{7};$$

$$P(\xi = 3) = \frac{4 \times 3 \times 3}{7 \times 6 \times 5} = \frac{6}{35};$$

$$P(\xi = 4) = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 3}{7 \times 6 \times 5 \times 4} = \frac{3}{35};$$

$$P(\xi = 5) = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3} = \frac{1}{35}.$$

所以取球次数 ξ 的概率分布如下表所示:

ξ	1	2	3	4	5
P	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{6}{35}$	$\frac{3}{35}$	$\frac{1}{35}$

$$\therefore E\xi = 1 \times \frac{3}{7} + 2 \times \frac{2}{7} + 3 \times \frac{6}{35} + 4 \times \frac{3}{35} + 5 \times \frac{1}{35} = 2. \text{-----} 12 \text{ 分 (第 2 问每个答案一分)}$$

【解析】(1) 设袋中原有 n 个白球，由题意列出方程求出 n 的值；

(2) 由题意知 ξ 的可能取值为 1, 2, 3, 4, 5；计算对应的概率值，列出 ξ 的概率分布，计算出数学期望 $E\xi$ 。

本题考查离散型随机变量的概率及概率分布与数学期望的计算问题，是综合性题目。