

# 高一数学答题规范

高一数学组 2022.1.17

## 一、集合

1、检验答案是否符合性质和题目条件，特别是互异性

例：设集合 A 中含有三个元素  $2x-5$ ,  $x^2-4x$ ,  $12$ ，若  $-3 \in A$ ，则  $x$  的值为\_\_.

2、涉及子集问题时，要分空集与非空集讨论

例：已知集合  $A = \{x | -3 < x \leq 4\}$ ，集合  $B = \{x | k+1 \leq x \leq 2k-1\}$ ，且  $A \cup B = A$ ，试求  $k$  的取值范围

关键步骤示范： $\because A \cup B = A$ ， $\therefore B \subseteq A$ ， $\therefore$ 分  $B = \emptyset$  和  $B \neq \emptyset$  两种情况讨论.

①当  $B = \emptyset$  时， $k+1 > 2k-1$ ， $\therefore k < 2$ .

②当  $B \neq \emptyset$ .....

二、逻辑 出现充要条件证明时，要从充分性，必要性两个方面证明。

## 三、不等式

1、作差法证明不等式时，要将式子变成因式相乘的形式，并说明每一个的正负，杜绝伪证。

例：已知  $a, b$  均为正实数. 试利用作差法比较  $a^3+b^3$  与  $a^2b+ab^2$  的大小.

解  $\because a^3+b^3-(a^2b+ab^2) = (a^3-a^2b) + (b^3-ab^2)$

$= a^2(a-b) + b^2(b-a)$

$= (a-b)(a^2-b^2) = (a-b)^2(a+b)$ . 此处最终结果要是因式相乘的形式。

当  $a=b$  时， $a-b=0$ ， $a^3+b^3=a^2b+ab^2$ ；

当  $a \neq b$  时， $(a-b)^2 > 0$ ， $a+b > 0$ ， $a^3+b^3 > a^2b+ab^2$ . 此处要逐一说明每一个因式的正负。

综上所述， $a^3+b^3 \geq a^2b+ab^2$ .

2、基本不等式在运用时要注意“一正二定三相等”，三项缺一不可。

例：已知  $x > -2$ ，则  $x + \frac{1}{x+2}$  的最小值为\_\_\_\_\_

示范： $\because x > -2$ ， $\therefore x+2 > 0$ ， $\frac{1}{x+2} > 0$  一正，如果此处是负数，将负号先提出，再正常步骤

$\therefore x + \frac{1}{x+2} = x+2 + \frac{1}{x+2} - 2 \geq 2 - 2 = 0$ ，二定

当且仅当  $x = -1$  时，等号成立. 三相等

3、分式不等式，先化简，再列式，最后解

例： $\frac{x+1}{x} \geq 5$

示范：原不等式可化为  $\frac{x+1}{x} - 5 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{4x-1}{x} \leq 0$ ，先化简（移项、通分）致右侧为 0

$\therefore \begin{cases} 4x-1 \leq 0, \\ x \neq 0, \end{cases}$  列式，列式要求将一元二次不等式与分母不为 0 一同列出

故原不等式的解集为  $\{x | x < -\frac{1}{4}\}$ . 求解上述的不等式组

## 四、函数（函数问题，定义域先行！）

1、函数单调性证明。首先要写出： $\forall x_1, x_2$  在定义域上。任意符号不能丢，此处定义域不要直接写成 R，

要看具体的定义域。接下来同上面的作差法，杜绝伪证。

2、函数的奇偶性证明。首先是定义域关于原点对称（这里要确实看下定义域是什么，是否对称，不要错在第一步），接着去考察  $f(-x) = f(x)$  是偶函数， $f(-x) = -f(x)$  是奇函数，最后得证。

3、换元步骤要求，每换一次元，就要写出对应的新的函数解析式及新的定义域，一换一写。

例:  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-2x}$  求其值域.

示范: 令  $u = x^2 - 2x$ , 所以  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^u$ ,  $u \in [-1, +\infty)$ . 换元, 就得写新元范围.

4、利用单调性解不等式: 化简, 求出定义域, 列出不等式组 (单调性一个, 定义域两个)

$$(1) \log_{\frac{1}{7}} x > \log_{\frac{1}{7}} (4-x) \quad \text{由题意可得} \begin{cases} x > 0, \\ 4-x > 0, \\ x < 4-x, \end{cases} \quad \text{解得 } 0 < x < 2.$$

所以, 原不等式解集为  $(0, 2)$  不等式的答案要写成解集

$$(2) \sqrt{x} < \sqrt{4-x} \quad \text{由题意可得} \begin{cases} x > 0, \\ 4-x > 0, \\ x < 4-x, \end{cases} \quad \text{解得 } 0 < x < 2.$$

所以, 原不等式解集为  $(0, 2)$  不等式的答案要写成解集

(3)  $f(x)$  单调递增, 奇函数, 定义域为  $(-1, 1)$   $f(1-x) + f(x^2) \leq 0$

(4) 将上述的  $f(x)$  单调递增, 奇函数 换成  $f(x) = 2^x - 2^{-x} + 3^x - 3^{-x} + x + x^3 + \sin x$

结果和第三题有不同吗?

5、复合函数求单调区间 (要注意复合函数本身的单调性, 同时也要明确复合函数本身的定义域)

例: 求  $\log_2(x^2 - x)$  增区间

示范:  $x^2 - x > 0$  且  $x \geq \frac{1}{2}$  (两个方面都要写出来)

6、应用题要一问一答, 注明定义域, 关注单位的统一。

7、解题前判断好是一次函数还是二次函数

例 1、设  $A = \{x | x^2 - 8x + 15 = 0\}$ ,  $B = \{x | ax - 1 = 0\}$ .

示范: 当  $a = 0$  时, 由题意得  $B = \emptyset$ , 又  $A = \{3, 5\}$ , 故  $B \subseteq A$ ;

例 2、若函数  $f(x) = ax^2 + 2(a-1)x + 2$  在区间  $(-\infty, 4]$  上为减函数, 则  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_

示范: 先考虑  $a = 0$  的情形

8、使用诱导公式时, 对多次运用拆分要注意

可以用这种  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{2} + x\right)$

就少用这种  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sin\left(2\pi - \left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)$ , 避免多重负号带来的错误

9、同角三角函数关系: 每次用公式, 都要写出公式, 后进行具体计算。