

宿迁市 2019~2020 学年度第二学期高三年级 5 月联考

数 学 试 题

注 意 事 项

考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求：

1. 本试卷共 4 页，均为非选择题(第 1 题~第 20 题,共 20 题).本卷满分为 160 分,考试时间为 120 分钟.考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回.
2. 答题前，请您务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米色水的签字笔填写在答题卡的规定位置.
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与您本人是否相符.
4. 作答试题必须用 0.5 毫米色墨水的签字笔在答题卡的指定位置作答，在其他位置作答一律无效.
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗.

参考公式： 1. 方差公式： $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ ，其中 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$.

2. 锥体体积公式： $V_{\text{锥体}} = \frac{1}{3}Sh$ ，其中 S 为棱锥的底面积， h 为高.

3. 球的体积公式： $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ， R 是球的半径.

一、填空题：本大题共 14 小题，每小题 5 分，共计 70 分. 不需写出解题过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上.

1. 已知集合 $U = \{x \mid x > 0\}$, $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ▲ .

2. 若复数 z 满足 $iz = 2 + 4i$ (i 是虚数单位), 则复数 z 的模等于 ▲ .

3. 运行右侧流程图, 若输入值 $x = -2$, 则输出的 y 值为 ▲ .

4. 已知一组数据 4, 5, 6, 6, 9, 则该组数据的方差是 ▲ .

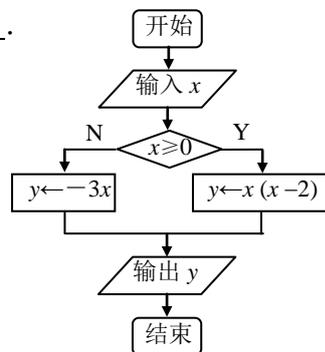
5. 从 2 名男同学和 2 名女同学中任选 2 名同学参加志愿者服务, 则选出的 2 名同学中至少有 1 名女同学的概率是

 ▲ .

6. 过双曲线 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 的右焦点且与 x 轴垂直的直线, 交该

双曲线的两条渐近线于 A, B 两点, 则 AB 的长度为 ▲ .

7. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = -3, 11a_5 = 5a_8$, 则其前 n 项和 S_n 的最小值为 ▲ .



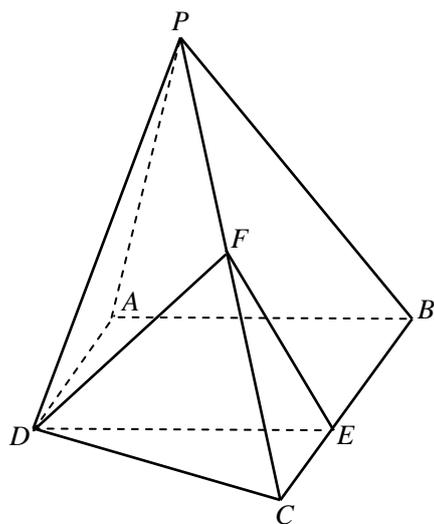
(第 3 题)

8. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x$ ($0 < \omega < 4$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位后, 关于点 $(\frac{5\pi}{12}, 0)$ 对称, 则实数 ω 的值为 ▲ .
9. 已知圆锥的底面直径与母线长相等, 一球体与该圆锥的所有母线和底面都相切, 记圆和球体的体积分别为 V_1, V_2 , 则 $\frac{V_1}{V_2}$ 的值为 ▲ .
10. 已知 θ 是第二象限角, 且 $\sin \theta = \frac{4}{5}$, 则 $\tan(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4})$ 的值为 ▲ .
11. 设 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1+bx}{1-2x}$ 是定义在区间 $(-a, a)$ 上的奇函数, 且为单调函数, 则 b^a 的取值范围是 ▲ .
12. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=4, AC=2, \angle BAC=60^\circ$, 已知点 E, F 分别是边 AB, AC 的中点, 点 D 在边 BC 上. 若 $\vec{DE} \cdot \vec{DF} = \frac{13}{4}$, 则线段 BD 的长为 ▲ .
13. 在平面直角坐标系中, A, B 分别是 x 轴和 y 轴上的动点, 若以 AB 为直径的圆 C 与直线 $2x+y-10=0$ 相切, 当圆 C 面积最小时, 圆 C 的标准方程为 ▲ .
14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{|x|+1}, & x \leq a, \\ |x|, & x > a, \end{cases}$, 若对于任意 $t \in (a-1, a)$, 都有 $f(t) > f(t+1)$, 则实数 a 的取值范围为 ▲ .

二、解答题: 本大题共 6 小题, 15-17 题每题 14 分, 18-20 题每题 16 分, 共计 90 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是直角梯形, 且 $AD \parallel BC, AB \perp BC, BC=2AD$, 已知平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD, E, F$ 分别为 BC, PC 的中点.

求证: (1) $AB \parallel$ 平面 DEF ;
(2) $BC \perp$ 平面 DEF .

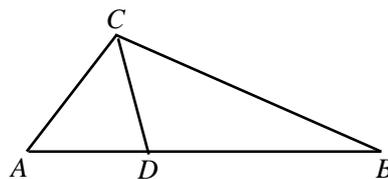


(第 15 题)

16. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AC=\sqrt{6}$, D 为 AB 边上一点, $CD=AD=2$,且 $\cos \angle BCD = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

(1) 求 $\sin \angle B$;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

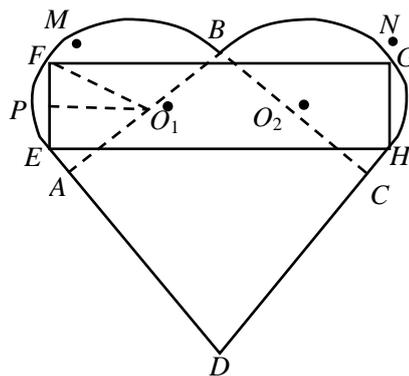


(第 16 题)

17. 某公司准备设计一个精美的心形巧克力盒子,它是由半圆 O_1 、半圆 O_2 和正方形 $ABCD$ 组成的,且 $AB=8\text{cm}$.设计人员想在心形盒子表面上设计一个矩形的标签 $EFGH$,标签的其中两个顶点 E,F 在 AM 上,另外两个顶点 G,H 在 CN 上(M,N 分别是 AB,BC 的中点)设 EF 的中点为 P , $\angle FO_1P=\theta$,矩形 $EFGH$ 的面积为 $S\text{cm}^2$.

(1) 写出 S 关于 θ 的函数关系式 $S(\theta)$;

(2) 当 θ 为何值时,矩形 $EFGH$ 的面积最大?



(第 17 题)

18. 在平面直角坐标系 xOy 中,椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)的上顶点到焦点的距离为2,离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设 P 是椭圆 C 长轴上的一个动点,过点 P 作斜率为 k 的直线 l 交椭圆 C 于 A,B 两点,若 $PA^2 + PB^2$ 的值与点 P 的位置无关,求 k 的值.

19. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{2}x - \frac{2a+1}{2x} + a$.

- (1) 当 $a=0$ 时,求函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程;
- (2) 若函数 $f(x)$ 在定义域上单调增,求 a 的取值范围;
- (3) 若函数 $f(x)$ 在定义域上不单调,试判定 $f(x)$ 的零点个数,并给出证明过程.

20. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 把满足条件 $a_{n+1} \leq S_n (n \in \mathbf{N}^*)$ 的所有数列 $\{a_n\}$ 构成的集合记为 M .

- (1) 若数列 $\{a_n\}$ 的通项为 $a_n = \frac{1}{2^n}$, 则 $\{a_n\}$ 是否属于 M ?
- (2) 若数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $\{a_n + n\} \in M$,求 a_1 的取值范围;
- (3) 若数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且 $\{a_n\} \in M$, 数列 $\{\frac{4^n}{a_n}\}$ 中是否存在无穷多项依次成等差数列, 若存在, 给出一个数列 $\{a_n\}$ 的通项;若不存在, 说明理由.

宿迁市 2019~2020 学年度第二学期高三年级 5 月联考

数学附加题

注意事项

考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求:

- 1.本试卷共 4 页,均为非选择题(第 21 题~第 23 题).本卷满分为 40 分,考试时间为 30 分钟,考试结束后,请将本试卷和答题卡一并交回
- 2.答题前,请您务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在答题卡的规定位置
- 3.请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与您本人是否相符
- 4.作答试题必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡的指定位置作答,在其他位置作答一律无效
- 5.如需作图,须用 2B 铅笔绘、写清楚,线条、符号等须加黑、加粗.

21【选做题】 本题包括 A、B、C 三小题,请选定其中两小题,并在相应的答题区域内作答,若多做,按作答的前两小题评分.解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤

A.[选修 4-2:矩阵与变换] (本小题满分 10 分)

$$\text{已知矩阵 } A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

(1) 求 A 的逆矩阵 A^{-1} .

(2) 求圆 $x^2 + y^2 = 144$ 经过 A^{-1} 变换后所得的曲线的方程.

B.[选修 4-4:坐标系与参数方程] (本小题满分 10 分)

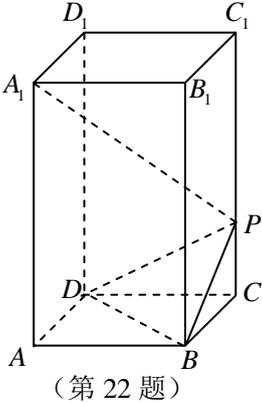
$$\text{已知圆的参数方程为 } \begin{cases} x = -1 + 2\cos\theta, \\ y = 3 + 2\sin\theta, \end{cases} \quad (\theta \text{ 为参数}), \text{ 以平面直角坐标系原点 } O \text{ 为极点, } x \text{ 轴}$$

的正半轴为极轴,取与直角坐标系相同的单位建立极坐标系,求过圆心且与极轴垂直的直线的极坐标方程.

【必做题】第 22 题、第 23 题,每小题 10 分,共计 20 分.请在答题卡指定区域内作答,解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

22. 如图,正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,设 $AD=1$, $DD_1=3$, 点 P 在 CG 上, 且 $C_1P=2PC$.

- (1) 求直线 A_1P 与平面 PDB 所成角的正弦值;
- (2) 求二面角 $A-BD-P$ 的余弦值.



23. 已知抛物线 $C: y^2=2x$ 的焦点为 F , 平行于 x 轴的两条直线 4, 2 分别交 C 于 A, B 两点, 交 C 的准线于 P, Q 两点.

- (1) 若 F 在线段 AB 上, R 是 PQ 的中点, 求证: $AR \parallel FQ$;
- (2) 若 $\triangle PQF$ 的面积是 $\triangle ABF$ 的面积的两倍, 求 AB 中点的轨迹方程.