

函数的性质练习

一. 单选题:

1. 下列命题为真命题的是 ()

A. 函数 $y = \tan x$ 是增函数

B. 函数 $y = |\sin x|$ 的最小正周期是 2π

C. $y = |2x - 1|$ 的图像关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称

D. 函数 $y = \frac{x-1}{x+1}$ 图像关于点 $(-1, -1)$ 对称

2. 函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 若 $f(x+1)$ 与 $f(x-1)$ 都是奇函数, 则 ()

A. $f(x)$ 是偶函数

B. $f(x)$ 是奇函数

C. $f(x) = f(x+1)$

D. $f(x+3)$ 是奇函数

3. 设 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数, 且 $f(1+x) = f(-x)$. 若 $f(-\frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$, 则 $f(\frac{5}{3}) =$ ()

A. $-\frac{5}{3}$

B. $-\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{5}{3}$

4. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $f(x+2)$ 为偶函数, $f(2x+1)$ 为奇函数, 则 ()

A. $f(-\frac{1}{2}) = 0$

B. $f(-1) = 0$

C. $f(2) = 0$

D. $f(4) = 0$

5. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且 $f(x+1)$ 是偶函数, $f(x-1)$ 是奇函数, $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上单调递增, 则 ()

A. $f(0) > f(2020) > f(2019)$

B. $f(0) > f(2019) > f(2020)$

C. $f(2020) > f(2019) > f(0)$

D. $f(2020) > f(0) > f(2019)$

6. 已知函数 $f(x) (x \in \mathbf{R})$ 满足 $f(-x) = 6 - f(x)$, 函数 $y = x^3 + 3$ 的图象与 $y = f(x)$ 的

图象的交点为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{11}, y_{11})$, 则 $\sum_{i=1}^{11} (x_i + y_i) =$ ()

A. 40

B. 50

C. 33

D. 70

7. 已知函数 $f(x) = x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$, 下列对于函数 $f(x)$ 性质的描述, 错误的是 ()

- A. $x = \frac{\pi}{6}$ 是 $f(x)$ 的极小值点 B. $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 对称
- C. $f(x)$ 有且仅有三个零点 D. 若 $f(x)$ 区间 $[a, b]$ 上递增, 则 $b - a$ 的最大值为 π

8. 已知函数 $f(x) = e^{x-1} - e^{1-x} + \frac{1}{2} \sin \pi x$, 实数 a, b 满足不等式 $f(3a+b) + f(a-1) > 0$,

则下列不等式成立的是 ()

- A. $4a + b > 3$ B. $4a + b < 3$ C. $2a + b > -1$ D. $2a + b < -1$

二. 多选题:

1. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, $f(1-x) = -f(1+x)$, 且当 $x \in [0, 1]$ 时,

$f(x) = x^2 + x - 2$, 则下列说法正确的是 ()

- A. $f(x)$ 是以 4 为周期的周期函数
- B. $f(2018) + f(2021) = -2$
- C. 函数 $y = \log_2(x+1)$ 的图象与函数 $f(x)$ 的图象有且仅有 3 个交点
- D. 当 $x \in [3, 4]$ 时, $f(x) = x^2 - 9x + 18$

2. 函数 $f(x+1)$ 关于点 $(-1, 0)$ 对称, 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(1-x) = f(1+x)$ 成立, 且

当 $x_1 \neq x_2, x_1, x_2 \in [0, 1]$ 时, 都有 $(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] > 0$, 则下列结论正确的有 ()

- A. $f(x)$ 为奇函数 B. $f(x)$ 在 $[3, 4]$ 上单调递增
- C. $f(x)$ 在 $[0, 20]$ 上有 10 个零点 D. $f(1) + f(2) + \cdots + f(2019) + f(2020) = 0$

3. 已知函数 $f(x)$ 对 $\forall x \in \mathbf{R}$, 满足 $f(x) = -f(6-x)$, $f(x+1) = f(-x+1)$, 若 $f(a) = -f(2020)$, $a \in [5, 9]$ 且 $f(x)$ 在 $[5, 9]$ 上为单调函数, 则下列结论正确的是()

A. $f(3) = 0$

B. $a = 8$

C. $f(x)$ 是周期为 4 的周期函数

D. $y = f(x)$ 的图象关于点 $(1, 0)$ 对称

4. 函数 $f(x) = \ln(e^x + 1) - \ln(e^x - 1)$, 下列说法正确的是()

A. $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$

B. $f(x)$ 在定义域内单调递增

C. 不等式 $f(m-1) > f(2m)$ 的解集为 $(-1, +\infty)$ D. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称

三、填空题

1. 函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = a(x+1) - 2^x$, 则 $f(f(3)) =$ _____.

2. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称, 且 $x > 0$ 时, $f(x+2) = 4f(x)$. 当 $x \in (0, 2]$ 时, $f(x) = \log_3(\frac{x}{2} + 2)$, 则 $f(-8) + f(4) =$ _____.

3. 设函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = -x^2 - 5x$, 则不等式 $f(x) - f(x-1) < 0$ 的解集为_____.

4. 已知函数 $f(x)$ 对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(\frac{1}{2} + x) = f(\frac{1}{2} - x)$, 函数 $f(x+1)$ 是奇函数, 当 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$ 时, $f(x) = 2x$, 则方程 $f(x) = -\frac{1}{2}$ 在区间 $[-3, 5]$ 内的所有根之和为_____.