高一数学周末练习（8）

一、选择题（本大题共 6 小题，共 30 分）

1、下列命题中，正确的个数是 (　　)

①单位向量都相等；　　②模相等的两个平行向量是相等向量；

③若$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|>|\vec{b}|$且$\vec{a}$与$\vec{b}$同向，则$\vec{a}>\vec{b}$；

④若两个向量相等，则它们的起点和终点分别重合；　⑤若$\vec{a}//\vec{b},\vec{b}//\vec{c}$，则$\vec{a}//\vec{c}$.

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

2、化简以下各式：

①$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$；②$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CD}$；③$\overrightarrow{FQ}+\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{EP}$；④$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{AB}$

其结果是为零向量的个数是(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

3、平面直角坐标系中，O 为原点，A、B、C 三点满足$\overrightarrow{OC}=\frac{3}{4}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}$，则$\frac{|\overrightarrow{BC}|}{|\overrightarrow{AC}|}=$ (　　)

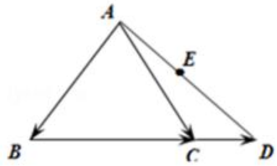
A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. $\frac{3}{2}$

4、已知向量 a、b 满足$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{a}-\vec{b}|=2$，则$|\vec{a}+\vec{b}|$等于(　　)

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{6}$

5、在$\triangle ABC$中，已知 D 是 BC 延长线上一点，点 E 为线段 AD 的中点，

若$\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{CD}$，且$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$，则$\lambda=$ (　　)



A. $-\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $-\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{3}$

6、O 为$\triangle ABC$内一点，且 $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，$\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AC}$，若 B，O，D 三点共线，则 t 的值为(　　)

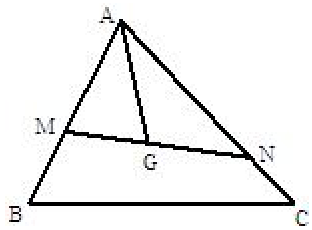
A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

二、填空题（本大题共 3 小题，共 15 分）

7、设向量$\vec{a}$，$\vec{b}$不平行，向量$\lambda\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}+2\vec{b}$平行，则实数$\lambda=$______.

8、设 D 为$\triangle ABC$所在平面内一点，$\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$，若$\overrightarrow{BC}=\lambda\overrightarrow{DC}(\lambda\in R)$，则$\lambda=$______.

9、如图所示，已知点 G 是$\triangle ABC$的重心，过 G 作直线与 AB、AC 两边分别交于 M、N 两点，且$\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AN}=y\overrightarrow{AC}$，则$\frac{xy}{x+y}$的值为______.



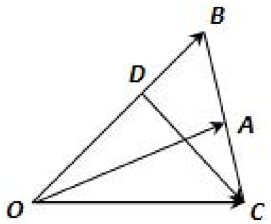
三、解答题

10、化简：(1)$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$；(2)$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{CO}$；(3)$\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{QM}$.

11、已知$\triangle OAB$中，点 D 在线段 OB 上，且$OD=2DB$，延长 BA 到 C，使$BA=AC$.

设$\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b}$.

(1)用$\vec{a},\vec{b}$表示向量$\overrightarrow{OC},\overrightarrow{DC}$；(2)若向量$\overrightarrow{OC}$与$\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{DC}$共线，求 k 的值.

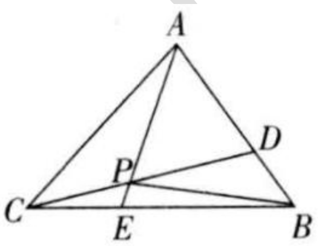


12、如图，已知ΔABC的面积为 14，点 D、E 分别为边 AB、BC 上的点，

且$AD:DB=BE:EC=2:1$，AE 与 CD 交于 P。设存在λ和μ使$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AE}$，

$\overrightarrow{PD}=\mu\overrightarrow{CD}$，$\overrightarrow{AB}=a$，$\overrightarrow{BC}=b$。

(1)求λ及μ；　　(2)用 a、b 表示$\overrightarrow{BP}$；　　(3)求ΔPAC的面积。



高一数学周末练习（8）

一、选择题（本大题共 6 小题，共 30 分）

1、下列命题中，正确的个数是 (　　)

①单位向量都相等；　②模相等的两个平行向量是相等向量；

③若$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|>|\vec{b}|$且$\vec{a}$与$\vec{b}$同向，则$\vec{a}>\vec{b}$；

④若两个向量相等，则它们的起点和终点分别重合；　⑤若$\vec{a}//\vec{b},\vec{b}//\vec{c}$，则$\vec{a}//\vec{c}$.

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

【答案】A

【解析】解：对于①，单位向量的大小相等，但方向不一定相同，故①错误；

对于②，模相等的两个平行向量是相等向量或相反向量，故②错误；

对于③，向量是有方向的量，不能比较大小，故③错误；

对于④，向量是可以自由平移的矢量，当两个向量相等时，

它们的起点和终点不一定相同，故④错误；

对于⑤，$\vec{b}=\vec{0}$时，$\vec{a}//\vec{b}$，$\vec{b}//\vec{c}$，则$\vec{a}$与$\vec{c}$不一定平行．

综上，以上正确的命题个数是 0．故选：A．

根据平面向量的基本概念，对选项中的命题进行分析、判断正误即可．

本题考查了平面向量的基本概念与应用问题，是基础题目．

2、化简以下各式：

①$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$；②$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CD}$；③$\overrightarrow{FQ}+\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{EP}$；④$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{AB}$

其结果是为零向量的个数是(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【答案】D

【解析】解：$\because$ ①$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$；

②$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CD}=(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})+(\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC})=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}=\vec{0}$；

③$\overrightarrow{FQ}+\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{EP}=(\overrightarrow{FQ}+\overrightarrow{QP})+(\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{EP})=\overrightarrow{FP}+\overrightarrow{PF}=\vec{0}$；

④$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{AB}=(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$；

其运算结果为零向量的是 4 个．故选：D．

根据平面向量加减法的运算法则，结合它们的几何意义，进行化简即可．

本题考查了平面向量的加法与减法的混合运算与几何意义，是基础题目．

3、平面直角坐标系中，O 为原点，A、B、C 三点满足$\overrightarrow{OC}=\frac{3}{4}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}$，则$\frac{|\overrightarrow{BC}|}{|\overrightarrow{AC}|}=$ (　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. $\frac{3}{2}$

【答案】C

【解析】解：$\because \overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}=\frac{3}{4}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OB}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$，

$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=\frac{3}{4}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$，$\therefore \frac{|\overrightarrow{BC}|}{|\overrightarrow{AC}|}=3$．故选：$C$．

利用向量的三角形法则即可得出．

本题考查了三角形法则、模的计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

4、已知向量 a、b 满足$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{a}-\vec{b}|=2$，则$|\vec{a}+\vec{b}|$等于(　　)

A. 1　　　B. $\sqrt{2}$　　　C. $\sqrt{5}$　　　D. $\sqrt{6}$

【答案】D

【解析】解：法一：设$\vec{a}=(x_1,y_1)$，$\vec{b}=(x_2,y_2)$，则$x_1^2+y_1^2=1$，$x_2^2+y_2^2=4$，$\vec{a}-\vec{b}=(x_1-x_2,y_1-y_2)$，

$\therefore (x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2=4$．$\therefore x_1^2-2x_1x_2+x_2^2+y_1^2-2y_1y_2+y_2^2=4$．

$\therefore 1-2x_1x_2-2y_1y_2=0$. $\therefore 2x_1x_2+2y_1y_2=1$．

$\therefore (x_1+x_2)^2+(y_1+y_2)^2=1+4+2x_1x_2+2y_1y_2=5+1=6$．

$\therefore |\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{6}$．

解法二：$\because |\vec{a}+\vec{b}|^2+|\vec{a}-\vec{b}|^2=2(|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2)$，

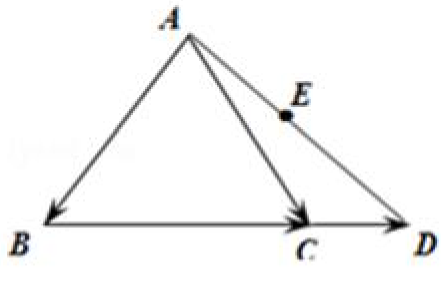
$\therefore |\vec{a}+\vec{b}|^2=2(|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2)-|\vec{a}-\vec{b}|^2=2(1+4)-2^2=6$．$\therefore |\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{6}$．

故选 D

欲求$|\vec{a}+\vec{b}|$，一是设出$\vec{a}$、b 的坐标求，二是直接根据向量模计算.对于解法一，我们可以设出两个向量的坐标，然后根据已知条件中$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{a}-\vec{b}|=2$，对$|\vec{a}+\vec{b}|$的平方进行化简求值，进而给出$|\vec{a}+\vec{b}|$的值.本题中没有给出向量的坐标，故也可根据向量的平方等于向量模的平方进行求解.

求$|\vec{a}|$常用的方法有：①若已知$\vec{a}=(x,y)$，则$|\vec{a}|=\sqrt{x^2+y^2}$；②若已知表示$\vec{a}$的有向线段$\overrightarrow{AB}$的两端点 A、B 坐标，则$|\vec{a}|=|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$③构造关于$|\vec{a}|$的方程，解方程求$|\vec{a}|$.

5、在$\triangle ABC$中，已知 D 是 BC 延长线上一点，点 E 为线段 AD 的中点，若$\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{CD}$，且$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$，则$\lambda=$(　　)



A. $-\frac{1}{4}$　　　B. $\frac{1}{4}$　　　C. $-\frac{1}{3}$　　　D. $\frac{1}{3}$

【答案】A
【解析】【分析】

本题考查了向量共线定理、向量的三角形法则，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

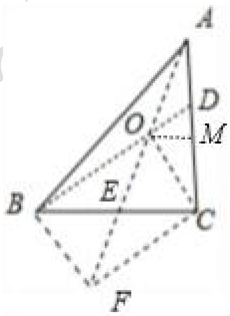
解：$\because \overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD})=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$，

$\therefore \lambda=-\frac{1}{4}$. 故选 A.

6、O 为$\triangle ABC$内一点，且 $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，$\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AC}$，若 B，O，D 三点共线，则 t 的值为(　　)

A. $\frac{1}{4}$　　　　B. $\frac{1}{3}$　　　　C. $\frac{1}{2}$　　　　D. $\frac{2}{3}$

【答案】B
【解析】解：以 OB，OC 为邻边作平行四边形 $OBFC$，连接 OF 与 BC 相交于点 E，E 为 BC 的中点.



$\because 2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，$\therefore \overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=-2\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OF}=2\overrightarrow{OE}$，
$\therefore$点 O 是直线 AE 的中点.
$\because B$，O，D 三点共线，$\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AC}$，$\therefore$点 D 是 BO 与 AC 的交点.
过点 O 作$OM//BC$交 AC 于点 M，则点 M 为 AC 的中点.

则$OM=\frac{1}{2}EC=\frac{1}{4}BC$，$\therefore \frac{DM}{DC}=\frac{1}{4}$，$\therefore DM=\frac{1}{3}MC$，$\therefore AD=\frac{2}{3}AM=\frac{1}{3}AC$，

$\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AC}$，$\therefore t=\frac{1}{3}$.

另解：由 $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，$\therefore$点 O 是直线 AE 的中点.
$\because B$，O，D 三点共线，$\therefore$存在实数 k 使得$\overrightarrow{AO}=k\overrightarrow{AB}+(1-k)\overrightarrow{AD}=k\overrightarrow{AB}+(1-k)t\overrightarrow{AC}=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，$\therefore k=\frac{1}{4}$，$(1-k)t=\frac{1}{4}$，解得$t=\frac{1}{3}$.

故选：B.
以 OB,OC 为邻边作平行四边形 $OBFC$,连接 OF 与 BC 相交于点 E,E 为 BC 的中点.$2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，可得$\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=-2\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OF}=2\overrightarrow{OE}$，因此点 O 是直线 AE 的中点.可得 B，O，D 三点共线，$\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AC}$，$\therefore$点 D 是 BO 与 AC 的交点.过点 O 作$OM//BC$交 AC 于点 M，点 M 为 AC 的中点.利用平行线的性质即可得出.
本题考查了向量三角形法则、平行线的性质定理、向量共线定理三角形中位线定理，考查了推理能力与计算能力，属于难题.

7、设向量$\vec{a}$，$\vec{b}$不平行，向量$\lambda\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}+2\vec{b}$平行，则实数$\lambda=$______.

【答案】$\frac{1}{2}$

【解析】解：$\because$向量$\vec{a}$，$\vec{b}$不平行，向量$\lambda\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}+2\vec{b}$平行，

$\therefore \lambda\vec{a}+\vec{b}=t(\vec{a}+2\vec{b})=t\vec{a}+2t\vec{b}$，$\therefore \begin{cases}\lambda=t\\1=2t\end{cases}$，解得实数$\lambda=\frac{1}{2}$．故答案为：$\frac{1}{2}$．

利用向量平行的条件直接求解．

本题考查实数值的解法，考查平面向量平行的条件及应用，考查推理论证能力、运算求解能力，考查化归与转化思想、函数与方程思想，是基础题．

8、设 D 为$\triangle ABC$所在平面内一点，$\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$，若$\overrightarrow{BC}=\lambda\overrightarrow{DC}(\lambda\in R)$，则$\lambda=()$

A. 2　　B. 3　　C. -2　　D. -3

【答案】D

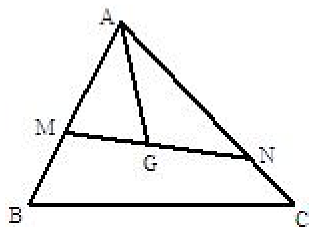
【解析】解：若$\overrightarrow{BC}=\lambda\overrightarrow{DC}(\lambda\in R)$，$\therefore \overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{AC}-\lambda\overrightarrow{AD}$，化为：$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{\lambda}\overrightarrow{AB}+\frac{\lambda-1}{\lambda}\overrightarrow{AC}$，

与$\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$比较，可得：$\frac{1}{\lambda}=-\frac{1}{3}$，$\frac{\lambda-1}{\lambda}=\frac{4}{3}$，解得$\lambda=-3$．故选：$D$．

若$\overrightarrow{BC}=\lambda\overrightarrow{DC}(\lambda\in R)$，可得$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{AC}-\lambda\overrightarrow{AD}$，化简与$\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$比较，即可得出．

本题考查了向量共线定理、平面向量基本定理，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

9、如图所示，已知点 G 是$\triangle ABC$的重心，过 G 作直线与 AB、AC 两边分别交于 M、N 两点，且$\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AN}=y\overrightarrow{AC}$，则$\frac{xy}{x+y}$的值为______．



【答案】$\frac{1}{3}$

【解析】解：根据题意 G 为三角形的重心，

$\therefore \overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，

$\overrightarrow{MG}=\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})-x\overrightarrow{AB}=(\frac{1}{3}-x)\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，

$\overrightarrow{GN}=\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AG}=y\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AG}=y\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})=(y-\frac{1}{3})\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$，

由于$\overrightarrow{MG}$与$\overrightarrow{GN}$共线，根据共线向量基本定理知，存在实数λ，使得$\overrightarrow{MG}=\lambda\overrightarrow{GN}$，

即$(\frac{1}{3}-x)\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\lambda[(y-\frac{1}{3})\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}]$，$\therefore\begin{cases}\frac{1}{3}-x=-\frac{1}{3}\lambda\\ \frac{1}{3}=\lambda(y-\frac{1}{3})\end{cases}$，

消去λ得$x+y-3xy=0$，$\therefore x+y=3xy$，即$\frac{xy}{x+y}=\frac{1}{3}$.

由 G 为三角形的重心得到$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，再结合$\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AN}=y\overrightarrow{AC}$，根据 M，G，N 三点共线，易得到 x，y 的关系式，即可得到结论.

本题主要考查了三角形重心的性质，以及向量的基本定理和向量在几何中的应用，属于中档题.

10、化简：(1)$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$；(2)$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{CO}$；(3)$\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{QM}$.

【答案】解：(1)$\vec{AB}-\vec{AD}+\vec{BC}=\vec{BC}+\vec{DB}=\vec{DC}$;

$$(2)\vec{OA}+\vec{OC}-\vec{OB}+\vec{CO}=\vec{OA}+\vec{BC}+\vec{CO}=\vec{OA}+\vec{BO}=\vec{BA};$$

(3)$\vec{MN}-\vec{QP}+\vec{NP}+\vec{QM}=\vec{MN}+\vec{NQ}+\vec{QM}=\vec{MQ}+\vec{QM}=\vec{0}$·

【解析】本题主要考查向量的加减计算.

(1)先计算向量的的减法，再计算向量的加法，即可得;

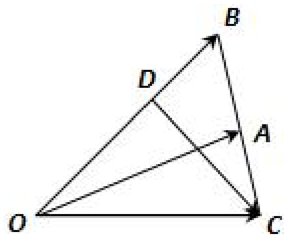
(2)先计算向量的减法，再计算向量的加法，即可得;

(3)首先利用向量的交换律交换中间两个向量，再进行先减后加计算，即可得.

11、已知$\triangle OAB$中，点 D 在线段 OB 上，且$OD=2DB$，延长 BA 到 C，使$BA=AC$.设$\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b}$.

(1)用$\vec{a},\vec{b}$表示向量$\overrightarrow{OC},\overrightarrow{DC}$；

(2)若向量$\overrightarrow{OC}$与$\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{DC}$共线，求 k 的值.



【答案】解：(1) $\because A$为 BC 的中点，$\therefore\overrightarrow{OA}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$，

可得$\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=2\vec{a}-\vec{b}$，而$\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}=2\vec{a}-\frac{5}{3}\vec{b}$

(2)由(1)，得$\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{DC}=(2k+1)\vec{a}-\frac{5}{3}k\vec{b}$，$\because\overrightarrow{OC}$与$\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{DC}$共线，

设$\overrightarrow{OC}=\lambda(\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{DC})$

即 $2\vec{a}-\vec{b}=\lambda(2k+1)\vec{a}+-\frac{5}{3}\lambda k\vec{b}$，根据平面向量基本定理，得$\begin{cases}2=\lambda(2k+1)\\-1=-\frac{5}{3}\lambda k\end{cases}$

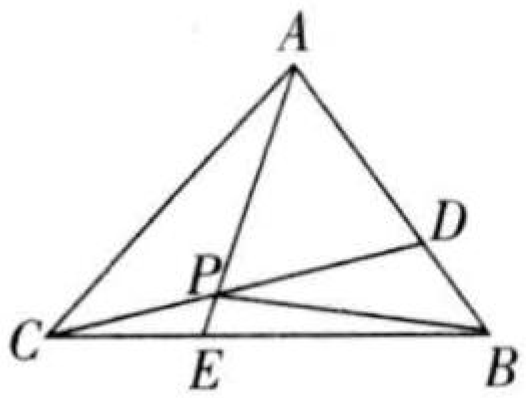
解之得，$k=\frac{3}{4}$.

【解析】(1)由 A 是 BC 中点，得$\overrightarrow{OA}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$，从而算出$\overrightarrow{OC}=2\vec{a}-\vec{b}$，再由向量减法法则即可得到$\overrightarrow{DC}=2\vec{a}-\frac{5}{3}\vec{b}$；

(2)根据(1)的结论，可得$\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{DC}$关于向量$\vec{a},\vec{b}$的表示式，而$\overrightarrow{OC}=2\vec{a}-\vec{b}$，结合向量共线的充要条件建立关于 k 的方程组，解之即可得到实数 k 的值.

本题给出三角形中的向量，求向量的线性表示式并求实数 k 的值.着重考查了向量加减法的运算法则和平面向量共线的条件等知识，属于基础题.

12、如图，已知ΔABC的面积为 14，点 D、E 分别为边 AB、BC 上的点，且$AD:DB=BE:EC=2:1$，AE 与 CD 交于 P。设存在λ和μ使$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{PD}=\mu\overrightarrow{CD}$，$\overrightarrow{AB}=a$，$\overrightarrow{BC}=b$。



(1)求λ及μ；　　(2)用 a、b 表示$\overrightarrow{BP}$；　　(3)求ΔPAC的面积。

【答案】解：(1) $\because\ \overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，则$\overrightarrow{AE}=\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$，$\overrightarrow{DC}=\frac{1}{3}\vec{a}+\vec{b}$

$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AE}=\lambda\left(\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}\right)$，$\overrightarrow{DP}=\mu\overrightarrow{DC}=\mu\left(\frac{1}{3}\vec{a}+\vec{b}\right)$，

$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DP}$，即$\frac{2}{3}\vec{a}+\mu\left(\frac{1}{3}\vec{a}+\vec{b}\right)=\lambda\left(\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}\right)$，

$\therefore \begin{cases} \lambda = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}\mu \\ \mu = \frac{2}{3}\lambda \end{cases}$，解得$\lambda = \frac{6}{7}$，$\mu = \frac{4}{7}$;

(2)$\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AP} = -\vec{a} + \frac{6}{7}\left(\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}\right) = -\frac{1}{7}\vec{a} + \frac{4}{7}\vec{b}$;

(3)设$\triangle ABC$、$\triangle PAB$、$\triangle PBC$的高分别为h、h_1、h_2，

$\therefore h_1 : h = \left|\overrightarrow{PD}\right| : \left|\overrightarrow{CD}\right| = \mu = \frac{4}{7}$，$S_{\Delta PAB} = \frac{4}{7}S_{\Delta PAB} = 8$，

$h_2 : h = \left|\overrightarrow{PE}\right| : \left|\overrightarrow{AE}\right| = 1 - \lambda = \frac{1}{7}$，$S_{\Delta PBC} = \frac{1}{7}S_{\Delta PBC} = 2$，$\therefore S_{\Delta PAC} = 4$.

【解析】本题主要考查向量数乘的运算和几何意义，把三角形的面积之比转化为向量的长度比，考查了学生的计算能力，培养了学生分析问题与解决问题的能力.

(1)根据$\overrightarrow{AP} = \lambda\overrightarrow{AE}$，用基底$\vec{a}$，$\vec{b}$表示出$\overrightarrow{AP}$，再根据$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DP}$，用基底$\vec{a}$，$\vec{b}$表示出$\overrightarrow{AP}$，这两种表示方式是相同的，由此求出$\lambda$及$\mu$;

(2)把$\overrightarrow{BP}$用$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AP}$来表示，把(1)中的结果代入可得;

(3)根据面积之比等于对应的向量的长度比求出$\triangle PAB$和$\triangle PBC$的面积，用$\triangle ABC$的面积减去$\triangle PAB$和$\triangle PBC$的面积，即得$\triangle PAC$的面积.