江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第一学期午间练 12

班级:___________　　学号：___________　　姓名：___________

一、单选题

1.下列函数中是偶函数，且满足“对任意 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)>f(x_2)$”的是（　　）

A. $y=|x|+1$　　B. $y=x-\dfrac{1}{x}$　　C. $y=-x^2-|x|$　　D. $y=3x^2$

2.设函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}2x^2+x+m,x\le 0,\\ g\left(x\right),x>0\end{cases}$ 是奇函数，则 $f\left(1\right)=$（　　）

A. -1　　B.1　　C.4　　D.-4

3.已知 $x>0$，$y>0$，且 $\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{2}$，则 $x+y$ 的最小值为（　　）

A.5　　B.6　　C.7　　D.8

二、多选题

4. 已知 $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}<0$，则下列选项正确的是（　　）

A. $a<b$　　B. $a+b<ab$　　C. $|a|<|b|$　　D. $ab<b^2$

5. 已知 $a\in\mathbf{Z}$，关于 x 的一元二次不等式 $x^2-6x+a\le 0$ 的解集中有且仅有 3 个整数，则 a 的值可以是（　　）

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

三、填空题

6.已知函数 $f\left(x\right)$ 是定义在 R 上的奇函数，且在 $\left[0,+\infty\right)$ 上单调递增，则不等式 $f\left(2x-2\right)+f\left(x+1\right)>0$ 的解集是________.

7.已知 $f(x)$, $g(x)$ 分别是定义在 R 上的偶函数和奇函数，且 $f(x)-g(x)=x^3+x^2+1$，则 $f(1)+g(1)=$__________.

四、解答题

8.已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+bx+a}{x}$，若函数 $f\left(x\right)$ 是定义域 $\left(-\infty,0\right)\cup\left(0,+\infty\right)$ 上的奇函数，且 $f\left(1\right)=2$.

（1）求 a，b 的值；

（2）判断函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left(1,+\infty\right)$ 上的单调性，并用定义进行证明.

9.定义在 R 上的函数 $y=f(x), f(0)\neq 0$，当 $x>0$ 时，$f(x)>1$，且对任意的 $a,b\in\mathbf{R}$ 有

$f(a+b)=f(a)\cdot f(b)$

（1）求 $f(0)$ 的值

（2）求证：对任意的 $x\in\mathbf{R}$，恒有 $f(x)>0$；

（3）若 $f(k\cdot x^4-2)\cdot f(3-kx^2)>1$ 在 R 上恒成立，求 k 的取值范围.

参考答案

1. C　2. A　3. A　4. BCD　5. CD　6. $(\frac{1}{3},+\infty)$　7. 1

8.（1）由题意知 $f(x)=x+\frac{a}{x}+b$， 因为函数 $f(x)$ 是定义域 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ 上的奇函数，故任意 $x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，都有 $f(-x)=-f(x)$ 成立即 $-x-\frac{a}{x}+b=-\left(x+\frac{a}{x}+b\right)$ 成立 ，从而 $2b=0$，即 $b=0$， 又因为 $f(1)=2$，所以 $1+a=2$， 解得 $a=1$，综上可得 $a=1$， $b=0$.

（2）因为 $f(x)=x+\frac{1}{x}$，故函数 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上的单调递增.

证明：任取 $x_2>x_1>1$，

则 $f\left(x_2\right)-f\left(x_1\right)=\left(x_2+\frac{1}{x_2}\right)-\left(x_1+\frac{1}{x_1}\right)=\left(x_2-x_1\right)\left(1-\frac{1}{x_2x_1}\right)=\frac{\left(x_2-x_1\right)\left(x_2x_1-1\right)}{x_2x_1}$

因为 $x_2>x_1>1$，故 $x_2-x_1>0$， $x_2x_1>1$，

所以 $f\left(x_2\right)-f\left(x_1\right)>0$，即 $f\left(x_2\right)>f\left(x_1\right)$，

所以函数 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上的单调递增.

9.（1）令 $a=b=0$ 则 $f(0)=[f(0)]^2$， $\because f(0)\neq 0,\therefore f(0)=1$

（2）证明：令 $a=x,b=-x$，

则 $f(0)=f(x)\cdot f(-x),\therefore f(-x)=\frac{1}{f(x)}$

由已知 $x>0$ 时， $f(x)>1>0$，

当 $x<0$ 时， $-x>0,\quad f(-x)>0$， $\therefore f(x)=\frac{1}{f(-x)}>0$

又 $f(0)=1>0$，$\therefore$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$，恒有 $f(x)>0$；

（3）任取 $x_1, x_2 \in R$,且 $x_1 < x_2$,

$f\left(x_2\right)=f\left(x_2-x_1+x_1\right)=f\left(x_2-x_1\right)\cdot f\left(x_1\right)$

$\because x_2-x_1>0, \therefore f\left(x_2-x_1\right)>1$ ，又 $f\left(x_1\right)>0$,

$\therefore \quad f\left(x_2\right)>f\left(x_1\right)$ ，函数 $f(x)$ 在 R 上是增函数.

不等式 $f\left(k\cdot x^4-2\right)\cdot f\left(3-k\cdot x^2\right)>1$ 可以转化为 $f\left(k\cdot x^4-k\cdot x^2+1\right)>f(0)$,

$\therefore \quad k\cdot x^4-k\cdot x^2+1>0$ 在 R 上恒成立，令 $t=x^2, t\geq 0$

于是 $kt^2-kt+1>0$ 在 $\left[0,+\infty\right)$ 上恒成立，

$\therefore k=0$ 或 $\begin{cases} k>0 \\ -\dfrac{1}{4}k+1>0 \end{cases}$ ，得 $0\leq k<4$ ，

所以 k 的取值范围为 $0\leq k<4$.