

18. (12 分) 在数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 2, a_{n+1}^2 - 4a_n a_{n+1} + 4a_n^2 = 0, T_n = a_n + a_{n+1} + \cdots + a_{2n-1}$.

- (1) 求数列 $\{T_n\}$ 的通项公式;
- (2) 令 $b_n = (-1)^n \cdot n^2 + \log_2(4^n - T_n)$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 50 项和 S_{50} .

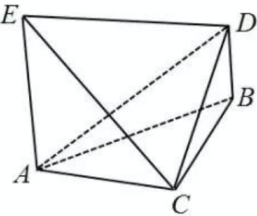
19. (12 分) 王老师组织甲、乙、丙三位学生参与摸球实验, 已知盒中共有 3 个红球、7 个白球、摸球方法如下: 当王老师掷出的骰子为 1 点时, 甲从盒中摸球; 当王老师出的骰子为 2 或 3 点时, 乙从盒中摸一球; 当王老师掷出的骰子为其他点时, 丙从盒中摸一球. 该三位学生摸球后均不放回. 假定学生从盒中摸到任何一球的可能性相等.

本实验王老师共掷骰子 2 次. 请解答下面的问题:

- (1) 求学生甲恰好得到 2 个红球的概率;
- (2) 求学生乙至少得到 1 个红球的概率.

20. (12 分) 如图, 已知 $AC \perp BC, DB \perp$ 平面 $ABC, EA \perp$ 平面 ABC , 过点 D 且垂直于 DB 的平面 α 与平面 BCD 的交线为 $l, AC = BD = 1, BC = \sqrt{3}, AE = 2$.

- (1) 证明: $l \perp$ 平面 AEC ;
- (2) 设点 P 是 l 上任意一点, 求平面 PAE 与平面 ACD 所成锐二面角的最小值.



21. (12 分) 已知函数 $f(x) = \cos x + a(e^x - 1)$.

- (1) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $y = f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上的单调性;
- (2) 若 $\exists x_0 \in (0, +\infty), f(x) < \cos x_0 + x_0$, 求实数 a 的取值范围.

22. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $\left(\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{3}{2}\right)$, 且离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 已知点 A 的坐标是 $(2, 1), M, N$ 是椭圆 C 上的两点, 满足 $AM \perp AN$. 求证: 直线 MN 过定点.