

高一数学小练（三）

一、选择题

- 1、已知集合 $A = \{x|x^2 - 2x - 3 < 0\}$ ，集合 $B = \{x|2^{x+1} > 1\}$ ，则 $C_B A = (\quad)$
A. $[3, +\infty)$ B. $(3, +\infty)$ C. $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$
- 2、已知 $f(x^2 - 1)$ 定义域为 $[0, 3]$ ，则 $f(2x - 1)$ 的定义域为 (\quad)
A. $(0, \frac{9}{2})$ B. $[0, \frac{9}{2}]$ C. $(-\infty, \frac{9}{2})$ D. $(-\infty, \frac{9}{2}]$
- 3、若函数 $y = (2a - 1)^x$ 在 R 上为单调减函数，那么实数 a 的取值范围是 (\quad)
A. $a > 1$ B. $\frac{1}{2} < a < 1$ C. $a \leq 1$ D. $a > \frac{1}{2}$
- 4、如果 $\lg 2 = m$ ， $\lg 3 = n$ ，则 $\frac{\lg 12}{\lg 15}$ 等于 (\quad)
A. $\frac{2m+n}{1+m+n}$ B. $\frac{m+2n}{1+m+n}$ C. $\frac{2m+n}{1-m+n}$ D. $\frac{m+2n}{1-m+n}$
- 5、若函数 $f(x) = \begin{cases} a^x, & x \geq 1 \\ (4 - \frac{a}{2})x + 2, & x < 1 \end{cases}$ 且满足对任意的实数 $x_1 \neq x_2$ 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ 成立，则实数 a 的取值范围是 (\quad)
A. $(1, +\infty)$ B. $(1, 8)$ C. $(4, 8)$ D. $[4, 8)$
- 6、若定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足：对任意 $x_1, x_2 \in R$ ，有 $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2) + 1$ ，下列说法一定正确的是 (\quad)
A. $f(x)$ 是奇函数 B. $f(x)$ 是偶函数 C. $f(x) + 1$ 是奇函数 D. $f(x) + 1$ 是偶函数

二、填空题

- 7、已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_3 x, & (x > 0) \\ 2^x, & (x \leq 0) \end{cases}$ ，则 $f[f(\frac{1}{9})]$ 的值为_____.

8、函数 $f(x) = 2 - a^{x+1}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象恒过定点_____.

9、函数 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-2x} - 1$ 的值域是_____，单调减区间为_____.

三、解答题

10、已知定义域为 R 的函数 $f(x) = \frac{-2^x+b}{2^{x+1}+a}$ 是奇函数.

(I) 求 a, b 的值;

(II) 若对任意的 $t \in R$ ，不等式 $f(t^2 - 2t) + f(2t^2 - k) < 0$ 恒成立，求 k 的取值范围.

高一数学小练（三）

一、选择题

- 1、已知集合 $A = \{x|x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 集合 $B = \{x|2^{x+1} > 1\}$, 则 $C_B A = (\quad)$
A. $[3, +\infty)$ B. $(3, +\infty)$ C. $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

【答案】A

- 2、已知 $f(x^2 - 1)$ 定义域为 $[0, 3]$, 则 $f(2x - 1)$ 的定义域为 (\quad)

- A. $(0, \frac{9}{2})$ B. $[0, \frac{9}{2}]$ C. $(-\infty, \frac{9}{2})$ D. $(-\infty, \frac{9}{2}]$

【答案】B

- 3、若函数 $y = (2a - 1)^x$ 在 R 上为单调减函数, 那么实数 a 的取值范围是 (\quad)

- A. $a > 1$ B. $\frac{1}{2} < a < 1$ C. $a \leq 1$ D. $a > \frac{1}{2}$

【答案】B

- 4、如果 $\lg 2 = m$, $\lg 3 = n$, 则 $\frac{\lg 12}{\lg 15}$ 等于 (\quad)

- A. $\frac{2m+n}{1+m+n}$ B. $\frac{m+2n}{1+m+n}$ C. $\frac{2m+n}{1-m+n}$ D. $\frac{m+2n}{1-m+n}$

【答案】C

- 5、若函数 $f(x) = \begin{cases} a^x, & x \geq 1 \\ (4 - \frac{a}{2})x + 2, & x < 1 \end{cases}$ 且满足对任意的实数 $x_1 \neq x_2$ 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ 成立,

则实数 a 的取值范围是 (\quad)

- A. $(1, +\infty)$ B. $(1, 8)$ C. $(4, 8)$ D. $[4, 8)$

【答案】D

- 6、若定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足: 对任意 $x_1, x_2 \in R$, 有 $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2) + 1$,

下列说法一定正确的是 (\quad)

- A. $f(x)$ 是奇函数 B. $f(x)$ 是偶函数 C. $f(x) + 1$ 是奇函数 D. $f(x) + 1$ 是偶函数

【答案】C

二、填空题

- 7、已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_3 x, & (x > 0) \\ 2^x, & (x \leq 0) \end{cases}$, 则 $f[f(\frac{1}{9})]$ 的值为_____。 【答案】 $\frac{1}{4}$

- 8、函数 $f(x) = 2 - a^{x+1}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象恒过定点_____。 答案 $(-1, 1)$

- 9、函数 $y = (\frac{1}{3})^{x^2 - 2x} - 1$ 的值域是_____, 单调减区间为_____。 【答案】 $(0, 9]$ $(-\infty, 1)$

三、解答题

10、已知定义域为 R 的函数 $f(x) = \frac{-2^x+b}{2^{x+1}+a}$ 是奇函数.

(I) 求 a, b 的值;

(II) 若对任意的 $t \in R$, 不等式 $f(t^2 - 2t) + f(2t^2 - k) < 0$ 恒成立, 求 k 的取值范围.

【答案】 解: (I) 因为 $f(x)$ 是奇函数, 所以 $f(0) = 0$, 即 $\frac{b-1}{a+2} = 0 \Rightarrow b = 1 \therefore f(x) = \frac{1-2^x}{a+2^{x+1}}$

又由 $f(1) = -f(-1)$ 知 $\frac{1-2}{a+4} = -\frac{1-\frac{1}{2}}{a+1} \Rightarrow a = 2$. 所以 $a = 2, b = 1$.

经检验 $a = 2, b = 1$ 时, $f(x) = \frac{-2^x+1}{2^{x+1}+2}$ 是奇函数.

(II) 由 (I) 知 $f(x) = \frac{1-2^x}{2+2^{x+1}} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2^{x+1}}$,

易知 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上为减函数. 又因为 $f(x)$ 是奇函数, 所以 $f(t^2 - 2t) + f(2t^2 - k) < 0$ 等价于 $f(t^2 - 2t) < -f(2t^2 - k) = f(k - 2t^2)$,

因为 $f(x)$ 为减函数, 由上式可得: $t^2 - 2t > k - 2t^2$.

即对一切 $t \in R$ 有: $3t^2 - 2t - k > 0$, 从而判别式 $\Delta = 4 + 12k < 0 \Rightarrow k < -\frac{1}{3}$.

所以 k 的取值范围是 $k < -\frac{1}{3}$.