

一、单选题

- 函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2x - 3)$ 的单调递减区间是()
A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, -1)$ C. $(3, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$
- 设 $a = \log_7 3$, $b = \log_{\frac{1}{3}} 7$, $c = 3^{0.7}$, 则 a, b, c 的大小关系是()
A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $b < c < a$ D. $b < a < c$
- 如果 $\lg 2 = m$, $\lg 3 = n$, 则 $\frac{\lg 12}{\lg 15}$ 等于()
A. $\frac{2m+n}{1+m+n}$ B. $\frac{m+2n}{1+m+n}$ C. $\frac{2m+n}{1-m+n}$ D. $\frac{m+2n}{1-m+n}$
- 幂函数 $f(x) = (m^2 - m - 1)x^{m^2+m-3}$ 在 $(0, +\infty)$ 时是减函数, 则实数 m 的值为()
A. 2 或 -1 B. -1 C. 2 D. -2 或 1
- 设函数 $f(x) = \log_2(3x - 1)$, 则使得 $2f(x) > f(x+2)$ 成立的 x 的取值范围是()
A. $(-\frac{5}{3}, +\infty)$ B. $(\frac{4}{3}, +\infty)$
C. $(-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (\frac{4}{3}, +\infty)$ D. $(-\frac{1}{3}, +\infty)$
- 设函数 $f(x) = \ln(1 + |x|) - \frac{1}{1+x^2}$, 则使得 $f(x) > f(2x-1)$ 成立的 x 的取值范围是()
A. $(-\infty, \frac{1}{3}) \cup (1, +\infty)$ B. $(\frac{1}{3}, 1)$
C. $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ D. $(-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$

二、填空题

- 函数 $f(x) = \sqrt{1 - \ln x}$ 的定义域为_____.
- 若关于 x 的方程 $x^2 + 2ax - 9 = 0$ 的两个实数根分别为 x_1, x_2 , 且满足 $x_1 < 2 < x_2$, 则实数 a 的取值范围是_____.
- 函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(-x^2 + 5x - 6)$ 的单调减区间是_____.

二、解答题

10. 化简求值:

$$(1) 0.064^{-\frac{1}{3}} - (-\frac{1}{8})^0 + 16^{\frac{3}{4}} + 0.25^{\frac{1}{2}}$$

(2) $\frac{1}{2}\lg 25 + \lg 2 + \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_3 2} - \log_2 9 \times \log_3 2.$

11. 已知函数 $f(x) = a^x (a > 0, a \neq 1)$ 在区间 $[-1, 2]$ 上的最大值是最小值的 8 倍.

(I) 求 a 的值;

(II) 当 $a > 1$ 时, 解不等式 $\log_a(2a + 2x) < \log_a(x^2 + 1).$