

江苏省仪征中学高一数学周练(5) 时间: 2019.10.19

练习范围: 集合, 函数, 指数函数

一、**选择题:** 本大题共 8 个小题, 每小题 5 分, 满分 40 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 集合 $A = \{x | -2 < x < 2\}$, $B = \{x | -1 < x < 3\}$ 那么 $A \cup B =$ ()

A. $\{x | -2 < x < -1\}$ B. $\{x | -1 < x < 2\}$ C. $\{x | -2 < x < 1\}$ D. $\{x | -2 < x < 3\}$

2. 若函数 $f(3-2x)$ 的定义域为 $[-1, 2]$, 则函数 $f(x)$ 的定义域是 ()

A. $[-\frac{5}{2}, -1]$ B. $[-1, 2]$ C. $[-1, 5]$ D. $[\frac{1}{2}, 2]$

3. 已知函数 $f(x) = x^5 + ax^3 + bx - 8$, 且 $f(-2) = 10$, 则 $f(2) =$ ()

A. -26 B. 26 C. -10 D. 18

4. 函数 $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x \leq 1 \\ x^2+x-2, & x > 1 \end{cases}$, 则 $f[\frac{1}{f(2)}]$ 的值为 ()

A. $\frac{15}{16}$ B. $-\frac{27}{16}$ C. $\frac{8}{9}$ D. 18

5. 已知函数 $f(x) = 4x^2 + kx - 1$ 在区间 $[1, 2]$ 上是单调函数, 则实数 k 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, -16) \cup (-8, +\infty)$ B. $[-16, -8]$ C. $(-\infty, -16] \cup [-8, +\infty)$ D. $[-8, -4]$

6. 若函数 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{mx^2 - mx + 2}}$ 的定义域为 R , 则实数 m 取值范围是 ()

A. $(0, 8)$ B. $(8, +\infty)$ C. $[0, 8)$ D. $(-\infty, 0) \cup (8, +\infty)$

7. 函数 $y = (\frac{1}{2})^{\sqrt{-x^2+x+2}}$ 的单调增区间是 ()

A. $[-1, \frac{1}{2}]$ B. $(-\infty, -1]$ C. $[2, +\infty)$ D. $[\frac{1}{2}, 2]$

8. 设 $f(x)$ 为奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, $f(-2019) = 0$, 则 $xf(x) > 0$ 的解集为 ()

A. $(-\infty, -2019) \cup (0, 2019)$ B. $(-\infty, -2019) \cup (2019, +\infty)$

C. $(-2019, 0) \cup (0, 2019)$ D. $(-2019, 0) \cup (2019, +\infty)$

二、填空题：共 4 个小题，每小题 5 分，满分 20 分

9. 已知 $f\left(\frac{2}{x}+1\right)=x+3$ ，则 $f(-1)=$ _____

10. 函数 $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-1}$ 的值域为_____

11. 设函数 $f(x)=\begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x-7, & x < 0 \\ \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$ 若 $f(a)<1$ ，则实数 a 的取值范围是_____.

12. 已知 $f(x)=\begin{cases} (2-a)x+1, & x < 1 \\ a^x, & x \geq 1 \end{cases}$ ，满足对任意 $x_1 \neq x_2$ ，都有 $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} > 0$ 成立，

那么 a 的取值范围是_____

三、解答题：共 50 分。

13. (10 分) 已知集合 $A=\{x|(x+1)(x-2)\leq 0\}$ ， $B=\{x|1<\left(\frac{1}{2}\right)^x<16\}$ ，

$C=\{x|x^2+(2a-5)x+a(a-5)\leq 0\}$ ， $U=R$ 。

(1) 求 $A\cap B$ ； $(C_U A)\cup B$ ； (2) 如果 $A\cap C=A$ ，求实数 a 的范围。

14. (10 分) (1) 计算: $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \left(\frac{3}{5}\right)^0 + \left(\frac{9}{4}\right)^{-0.5} + \sqrt[4]{(\sqrt{2}-\pi)^4}$;

(2) 计算: $0.027^{-\frac{1}{3}} - \left(-\frac{1}{7}\right)^{-2} - 3^{-1} + \left(-\frac{7}{8}\right)^0$

(3) 已知 $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = 2$, 求 $\frac{x^4 + x^{-4} - 3}{x^2 + x^{-2} - 1}$ 的值.

15. (10 分) 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2x - 1$.

(1) 求 $f(x)$ 的函数解析式;

(2) 作出函数 $f(x)$ 的简图, 写出函数 $f(x)$ 的单调减区间及最值.

(3) 若关于 x 的方程 $f(x) = m$ 有两个解, 试说出实数 m 的取值范围.

(只要写出结果, 不用给出证明过程)

16. (10 分) 已知定义域为 R 的函数 $f(x) = \frac{-2^x + a}{2^x + 1}$ 是奇函数

(1) 求 a 值;

(2) 判断并证明该函数在定义域 R 上的单调性;

(3) 若对任意的 $t \in R$, 不等式 $f(t^2 - 2t) + f(2t^2 - k) < 0$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围;

17. (附加题) (10 分) 已知函数 $f(x) = (2^x - a)^2 + (2^{-x} + a)^2$, $x \in [-1, 1]$.

(1) 若设 $t = 2^x - 2^{-x}$, 求出 t 的取值范围 (只需直接写出结果, 不需论证过程);

并把 $f(x)$ 表示为 t 的函数 $g(t)$;

(2) 求 $f(x)$ 的最小值;

(3) 关于 x 的方程 $f(x) = 2a^2$ 有解, 求实数 a 的取值范围.

江苏省仪征中学高一数学周练(5) 答案

一选择题: DCAA CCDB

二填空题: 9. 2 10. (0,3] 11. (-3,1). 12. $[\frac{3}{2}, 2)$

三、解答题:

13. 解: (1) $A \cap B = \{x | -1 \leq x < 0\}$ $(C_U A) \cup B = \{x | x > 2 \text{ 或 } x < 0\}$. (2) $1 \leq a \leq 3$

14. 解: (1) 原式 $= \sqrt{2} + 1 - 1 + \frac{2}{3} + \pi - \sqrt{2} = \frac{2}{3} + \pi$; (2) -45

(3) $\because x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = 2, \therefore$ 两边平方: $(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})^2 = 4,$

$\therefore x + x^{-1} = 2,$ 两边平方得: $x^2 + x^{-2} = 2,$ 两边平方得: $x^4 + x^{-4} = 2,$

$\therefore$ 原式 $= \frac{2-3}{2-1} = -1$

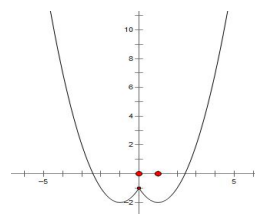
15. 解: (1) 当 $x < 0$ 时, $f(-x) = (-x)^2 - 2(-x) - 1 = x^2 + 2x - 1$

$\because f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数 $\therefore f(-x) = f(x)$

$\therefore f(x) = x^2 + 2x - 1 \quad \therefore f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 1, & x \geq 0 \\ x^2 + 2x - 1, & x < 0 \end{cases}$ -----3分

(2) 函数图象如图所示

-----5分



单调减区间为 $(-\infty, -1] \cup [0, 1]$ -----6分

$f(x)_{\min} = -2$, 函数没有最大值 (注: 不说明最大值情况扣1分) -----8分

(3) $m \in \{-2\} \cup (-1, +\infty)$ -----10分

16. 解: (1) 由题设, 需 $f(0) = \frac{-1+a}{2} = 0, \therefore a=1,$

$\therefore f(x) = \frac{1-2^x}{1+2^x}$, 经验证, $f(x)$ 为奇函数, $\therefore a=1.$

(2) 减函数

证明: 任取 $x_1, x_2 \in R, x_1 < x_2, f(x_2) - f(x_1) = \frac{1-2^{x_2}}{1+2^{x_2}} - \frac{1-2^{x_1}}{1+2^{x_1}} = \frac{2(2^{x_1}-2^{x_2})}{(1+2^{x_1})(1+2^{x_2})},$

$\because x_1 < x_2, \therefore 0 < 2^{x_1} < 2^{x_2}; \therefore 2^{x_1} - 2^{x_2} < 0, (1+2^{x_1})(1+2^{x_2}) > 0$

$\therefore f(x_2) - f(x_1) < 0 \therefore$ 该函数在定义域 R 上是减函数.

(3) 由 $f(t^2-2t) + f(2t^2-k) < 0$ 得 $f(t^2-2t) < -f(2t^2-k),$

$\because f(x)$ 是奇函数, $\therefore f(t^2-2t) < f(k-2t^2),$ 由 (2) 知, $f(x)$ 是减函数

$\therefore$ 原问题转化为 $t^2-2t > k-2t^2$, 即 $3t^2-2t-k > 0$ 对任意 $t \in R$ 恒成立,

$\therefore \Delta = 4 + 12k < 0$, 得 $k < -\frac{1}{3}$ 即为所求.

17. (1) $f(x) = 2^{2x} + 2^{-2x} - 2a(2^x - 2^{-x}) + 2a^2 = (2^x - 2^{-x})^2 - 2a(2^x - 2^{-x}) + 2a^2 + 2$

令 $t = 2^x - 2^{-x}$, $x \in [-1, 1]$, $\therefore t \in [-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$ 1 分

$f(x)$ 表示为 t 的函数 $g(t) = t^2 - 2at + 2a^2 + 2 = (t - a)^2 + a^2 + 2$ 3 分

(2) $g(t) = t^2 - 2at + 2a^2 + 2 = (t - a)^2 + a^2 + 2$, $t \in [-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$

当 $a < -\frac{3}{2}$ 时, $f(x)_{\min} = g(-\frac{3}{2}) = 2a^2 + 3a + \frac{17}{4}$

当 $-\frac{3}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$ 时, $f(x)_{\min} = g(a) = a^2 + 2$

当 $a > \frac{3}{2}$ 时, $f(x)_{\min} = g(\frac{3}{2}) = 2a^2 - 3a + \frac{17}{4}$,

$\therefore f(x)_{\min} = \begin{cases} 2a^2 + 3a + \frac{17}{4}, & a < -\frac{3}{2} \\ a^2 + 2, & -\frac{3}{2} \leq a \leq \frac{3}{2} \\ 2a^2 - 3a + \frac{17}{4}, & a > \frac{3}{2} \end{cases}$ 7 分

(3) 方程 $f(x) = 2a^2$ 有解, 即方程 $t^2 - 2at + 2 = 0$ 在 $[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$ 上有解, 而 $t \neq 0$

$\therefore 2a = t + \frac{2}{t}$, 可由单调性定义证明 $y = t + \frac{2}{t}$ 在 $(0, \sqrt{2})$ 上单调递减, $(\sqrt{2}, \frac{3}{2})$ 上单调递增

$t + \frac{2}{t} \geq 2\sqrt{2}$, 又 $y = t + \frac{2}{t}$ 为奇函数, $\therefore$ 当 $t \in (-\frac{3}{2}, 0)$ 时 $t + \frac{2}{t} \leq -2\sqrt{2}$

$\therefore a$ 的取值范围是 $(-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty)$10 分